

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta Strojní
Katedra automatizační techniky a řízení

Programová podpora výuky předmětu Zpracování
signálů
Software Support for Course Signal Processing

Student: Bc. Tomáš Dryják

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Renata Wagnerová,
Ph.D.

Ostrava 2015

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Tomáš Dryják**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3902T004 Automatické řízení a inženýrská informatika
Téma: **Programová podpora výuky předmětu Zpracování signálů**
Software Support for Course Signal Processing

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s programovým prostředím Matlab a jeho vybranými toolboxy určenými pro zpracování signálů.
2. Popište problematiku návrhu číslicových filtrů a analogových filtrů.
3. Vytvořte soubory pro návrh vybraných analogových filtrů, pro výpočet jejich diskretizace a vykreslení jejich základních charakteristik.
4. Navrhněte a realizujte aplikaci pro návrh číslicových filtrů a vykreslení jejich základních charakteristik.
5. Zhodnoťte dosažené výsledky a navrhněte směr dalšího řešení.

Seznam doporučené odborné literatury:

DAVÍDEK, V., LAIPERT, M. & VLČEK, M. Analogové a číslicové filtry. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006. 346 s. ISBN 80-01-03026-1.
SMITH, W. S. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. San Diego: California Technical Publishing. 629 p., 1997. ISBN 0-9660176-3-3.
TŮMA, J. Diagnostika strojů, 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 138 s. ISBN 978-80-248-2116-0.
TŮMA, J. Signal processing, 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 156 s. ISBN 978-80-248-2114-6. (in English)

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Renata Wagnerová, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2014

Datum odevzdání: 18.05.2015



doc. Ing. Renata Wagnerová, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě :.....

.....
podpis

Jméno a příjmení autora práce: Tomáš Dryják

Adresa trvalého pobytu autora práce: Dolní Sklenov, 59

Hukvaldy

739 46

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

DRYJÁK, T. Programová podpora výuky předmětu Zpracování signálů: Diplomová práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra automatizační techniky a řízení, 2015, 52 s. Vedoucí práce: Wagnerová, R.

Diplomová práce se zabývá programovou podporou výuky předmětu Zpracování signálů. K dílčím krokům práce patří popis teoretické oblasti při návrhu číslicových a analogových filtrů, popsání programového prostředí MATLAB a možností návrhu aplikace. Hlavním úkolem je vytvoření samotné aplikace použitelné pro výuku předmětu Zpracování signálů. Aplikace je zaměřena na návrh číslicových a analogových filtrů a vykreslení jejich základních charakteristik. U analogových filtrů je aplikace rozšířena o možnost jejich diskretizace.

Klíčová slova: analogové filtry, číslicové filtry, MATLAB, signály, diskretizace

ANNOTATION OF MASTER THESIS

DRYJÁK, T. Software Support for Course Signal Processing: Master Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Control Systems and Instrumentation, 2015, 52 p. Thesis head: Wagnerová, R.

The master thesis deals with the software support for course of signal processing. One of the parts is description of the theoretical background of digital and analog filters, description the programming interface of MATLAB and filter design possibilities. The main task is creation of application, which could be used on the university course of signal processing. The application focuses on digital and analog filters design and their basic characteristics. It is extended to include the possibility of discretization for analog filters.

Keywords: analog filters, digital filters, MATLAB, signals, discretization

OBSAH

	SYMBOLY A ZKRATKY.....	5
1	ÚVOD.....	7
2	FILTRY PRO ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLŮ	9
2.1	Číslicové filtry	9
2.1.1	Způsoby popisu číslicových filtrů	10
2.1.2	Rozdělení číslicových filtrů.....	11
2.2	Analogové filtry	12
2.2.1	Diskretizace analogových signálů	12
2.2.2	Aliasing.....	14
2.3	FIR filtry	15
2.4	IIR filtry	15
2.5	Selektivní filtry	17
2.6	Hilbertův filtr	24
2.7	Diferenciátor	24
3	MATLAB A KNIHOVNY.....	26
3.1	SIGNAL PROCESSING TOOLBOX	27
3.1.1	Práce se signály.....	28
3.1.2	Práce s filtry	30
3.1.3	Spektrální analýza signálu.....	30
3.2	FILTER DESIGN AND ANALYSIS TOOL	31
4	MATLAB GUIDE	35
4.1	Příkazy pro vykreslování	36
4.1.1	Matematický popis FIR filtru	36
4.1.2	Impulsní charakteristika.....	37
4.1.3	Frekvenční charakteristika	37
4.1.4	Umístění pólů a nul	37
4.2	Úsek aplikace pro návrh FIR filtru	38
4.3	Úsek aplikace pro návrh analogových filtrů	42
4.4	Spojení oken do jedné aplikace	45
4.5	Řešené příklady.....	46
4.6	Nápověda v aplikaci.....	48

5	ZÁVĚR.....	50
6	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	51

SYMBOLY A ZKRATKY

*.fig	přípona souboru se vzhledem aplikace
*.m	přípona souboru se zdrojovým kódem
C	kapacitor
FDAT	nástroj Filter Design and Analysis Tool
FFT	Fourierova transformace
FIR	filtr s konečnou impulsní odezvou
GUI	grafické uživatelské prostředí
GUIDE	automatický generátor pro tvorbu aplikací
IIR	filtr s nekonečnou impulsní odezvou
L	induktor (cívka)
MATLAB	software pro vědecké výpočty pomocí matic
M-file	textový soubor MATLABu definující funkce, skripty a třídy
R	rezistor
SPT	Signal Processing Toolbox
a_i	váhový koeficient filtru
b_i	váhový koeficient filtru
f	frekvence
f_1, f_2	dolní a horní mezní bod frekvence
f_m	maximální frekvence
f_v	vzorkovací frekvence
$H(s)$	normovaný obrazový přenos spojitého systému
$H(z)$	obrazový přenos diskrétního systému
Im	osa imaginárních čísel
j	imaginární jednotka
m	řád filtru

M	mnohočlen v čitateli přenosu
n	počet vzorků
N	mnohočlen ve jmenovateli přenosu
$p(t)$	sled Diracových impulsů
Re	osa reálných čísel
s -rovina	rovina
T	perioda vzorkovacího signálu
$x(n)$	vzorkovaná posloupnost
$x[n]$	diskrétní vstupní signál
$x(t)$	spojitý vstupní signál
$x_a(t)$	analogový signál
$x_v(t)$	vzorkovaný signál
$y[n]$	diskrétní výstupní signál
z -rovina	komplexní rovina
z^{-1}	zpoždění jednoho vzorku
ζ	koeficient tlumení
ω_m	maximální frekvence
ω_v	vzorkovací frekvence
dB	decibel - jednotka hladiny intenzity zvuku
H	henry – jednotka indukčnosti
Hz	frekvence – počet cyklů za vteřinu
Ω	ohm – jednotka elektrického odporu

1 ÚVOD

Práce se skládá ze dvou částí, teoretické a praktické. V teoretické části je popsáno dělení filtrů dle kritérií, jako jsou způsob provedení, délka impulsní odezvy, složení blokového schématu, filtrovaná oblast.

Dle provedení dělíme filtry na analogové, složené z elektronických součástek jako jsou rezistor, kapacitor, induktor a číslicové, ty jsou realizované programově.

Délka impulsní odezvy určuje FIR filtr (filtr s konečnou impulsní odezvou) a IIR (filtr s nekonečnou impulsní odezvou).

U blokových schémat se zpětnovazební smyčkou se jedná o rekurzivní filtry. Pokud je blokové schéma bez zpětné vazby, jedná se o nerekurzivní filtr.

Základní rozdělení selektivních filtrů je podle filtrované oblasti na filtry typu dolní propust, horní propust, pásmová zádrž, pásmová propust, Notch filtr, diferenciátor. U filtru typu dolní propust jsou odfiltrovány složky s vyšší frekvencí, než je mezní frekvence a propouštěny jsou pouze složky s nižší frekvencí. Všechny další typy selektivních filtrů pracují na obdobném principu.

Z neselektivních filtrů je pozornost věnována Hilbertovu filtru a diferenciátoru. Ideální Hilbertův filtr posouvá fázi signálu o $\pi/2$, tedy o 90° , dochází tak ke změně sinusového průběhu signálu na cosinový. Diferenciátor, nazývaný někdy také jako diskrétní derivátor patří k filtrům s konečnou impulsní odezvou a funguje jako horní propust.

K popisům filtrů jsou připojena i grafická znázornění průběhů jejich charakteristik za určitých podmínek.

Kromě teoretické roviny jsou filtry využity i v aplikaci v programovém prostředí MATLAB, kde je nejprve vysvětlena a popsána práce při návrhu filtrů pomocí jeho knihoven Signal Processing Toolbox a Filter Design and Analysis Tool, aby byla následně podobná aplikace pro návrh filtrů i vytvořena.

V praktické části je obsažen celý popis návrhu aplikace až po ukázkou její funkčnosti. Aplikace je vytvořena pomocí několika souborů s koncovkou *.fig a zdrojových kódů v podobě *m-file. Hlavním oknem je menu, kde si v přehledné nabídce může uživatel vybrat mezi aplikací pro návrh číslicového filtru, analogového filtru, nebo nápovědou se základními charakteristikami a parametry vybraných filtrů. Aplikace pro návrh digitálních filtrů obsahuje filtry dolní a horní propust, pásmovou propust a pásmovou zádrž. K dispozici je vykreslení jejich frekvenční charakteristiky, impulsní charakteristiky a zobrazení pólů a nul.

V případě aplikace pro návrh analogových filtrů je možné navrhnout filtry typu dolní propust, horní propust a Notch filtr. Notch filtr je úzkopásmová zádrž. U analogových filtrů je navíc dostupná funkce pro nahlédnutí do zdrojového kódu v m-file.

Z každého okna pro návrh filtrů je možné se jednoduše vrátit do hlavního menu pomocí tlačítka zpět. Nápověda je otevírána v novém okně a umožňuje tak pracovat v návrhu filtrů souběžně se zobrazením nápovědy.

2 FILTRY PRO ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLŮ

V oboru zpracování signálů používáme filtry hlavně na separaci a restauraci signálů, kdy vstupní signál upravujeme pomocí filtru tak, abychom se zbavili nežádoucích složek signálu (např. šum) a dostali požadovaný výstupní signál. Podle provedení je dělíme na:

- **číslicové (digitální) filtry**

Podrobnější popis včetně realizace číslicových filtrů je obsažen v kapitole 2.1.

- **analogové (spojité) filtry**

Jsou filtry složené z elektronických součástek jako operační zesilovače, rezistory, kapacitory.

2.1 Číslicové filtry

Při porovnání vlastností číslicových filtrů s analogovými můžeme určit jejich výhody a nevýhody.

Výhody číslicových filtrů

- snadná simulace a návrh
- stabilita
- jsou přesnější než analogové
- nejsou ovlivnitelné parametry, jako je teplota, stáří (analogové ano)
- do jednoho filtru lze vést a zpracovávat více vstupních signálů
- filtrovaná a nefiltrovaná data lze snadno archivovat pro pozdější využití
- dají se s nimi snadno zpracovávat signály o nízké frekvenci (analogové jsou pro nízké frekvence špatně realizovatelné)

Nevýhody číslicových filtrů

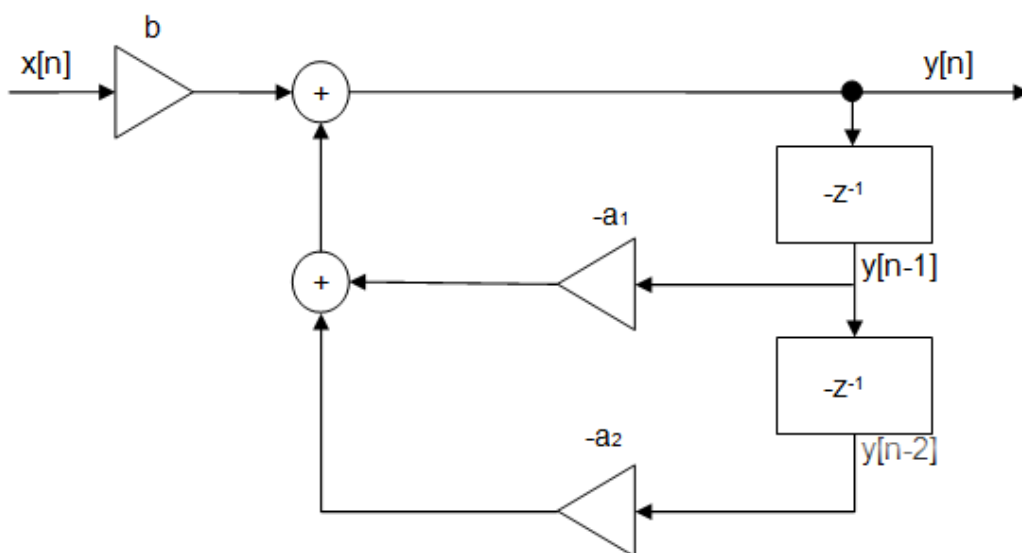
- omezení rychlosti zpracování
- nejsou vhodné pro signály o vysoké frekvenci

2.1.1 Způsoby popisu číslicových filtrů

Číslicové filtry popisujeme v z-rovině **obrazovým přenosem**, kterému v časové oblasti odpovídá **diferenční rovnice** s konstantními koeficienty. Obrazový přenos, **impulsní odezva** a diferenční rovnice představují ekvivalentní charakteristiky vztahu mezi vstupní a výstupní posloupností lineárního systému, pracujícího v diskretním čase.[Davídek V., Laipert M., Vlček M., 2000]

Pro lepší pochopení uvažujme číslicový filtr druhého řádu, znázorněný v blokovém schématu na obr. 2.1, jenž je popsáný diferenční rovnicí

$$y(n) = bx(n) - a_1y(n-1) - a_2y(n-2). \quad (2.1)$$



Obrázek 2.1 - Blokové schéma filtru druhého řádu

Odpovídající obrazový přenos pro takový filtr lze získat přímou Z-transformací a má tvar

$$H(z) = \frac{b}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}. \quad (2.2)$$

Blokové schéma určuje realizační strukturu implementovaného číslicového filtru a plyne z něj, že při realizaci musí být uloženy zpožděné hodnoty $y(n-1)$ a $y(n-2)$, stejně tak i koeficienty filtru a_1 , a_2 , a b . Současně je z obrázku patrný výpočetní algoritmus výstupní posloupnosti $y(n)$. [Davídek V., Laipert M., Vlček M., 2000]

Tento příklad čistě rekurzivního (zpětnovazebního) filtru druhého řádu lze zobecnit na **diferenční rovnici** číslicového filtru N -tého řádu

$$y(n) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k), \quad (2.3)$$

která odpovídá **obrazovému přenosu** ve tvaru

$$H(z) = \frac{\sum_{j=0}^M b_j z^{-j}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}. \quad (2.4)$$

Pro řád čitatele a jmenovatele obrazového přenosu musí platit $M \leq N$. [Davídek V., Laipert M., Vlček M., 2000]

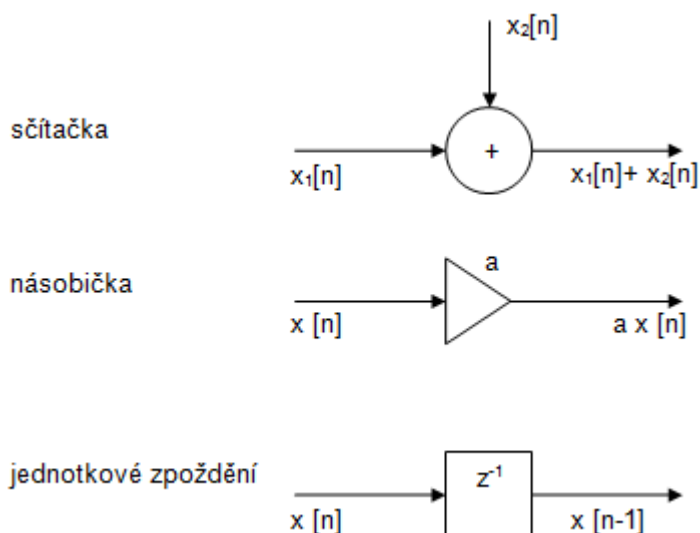
Pro jeden obrazový přenos existuje více možností realizace, tedy různá bloková schémata i diferenční rovnice. Například při potřebě úspory paměti použijeme v blokovém schématu nižší počet zpoždění, pro zkrácení doby výpočtu zase méně násobiček.

2.1.2 Rozdělení číslicových filtrů

Číslicové filtry dělíme dle:

- délky impulsní odezvy:
 - filtr FIR (s konečnou impulsní odezvou),
 - filtr IIR (s nekonečnou impulsní odezvou).
- složení blokového schématu:
 - nerekurzivní filtry (filtry bez zpětné vazby),
 - rekurzivní filtry (filtry se zpětnou vazbou, většinou IIR).
- filtrované oblasti (selektivní filtry):
 - dolní propust,
 - horní propust,
 - pásmová propust,
 - pásmová zádrž.

Při sestavování **blokových schémat** používáme 3 typy základních bloků. Jsou to sčítačka, násobička a jednotkové zpoždění (obrázek 2.2).



Obrázek 2.2 - Symboly prvků číslicových systémů [Davídek V., Laipert M., Vlček M., 2000]

Frekvenčně **selektivní filtry** většinou navrhujeme jako dolní propust a až následně je transformujeme na jiný typ filtru (horní propust, pásmovou propust, pásmovou zadrž). Důležitým parametrem je mezní frekvence, která slouží k ohrazení pásma propouštějícího frekvenci v závislosti na typu zvoleného selektivního filtru.

2.2 Analogové filtry

Analogové filtry jsou složeny z elektronických součástek jako je rezistor, cívka, kondenzátor, operační zesilovač, tranzistor a další. Právě podle použitých součástek je dělíme na:

- **pasivní filtr** – realizace s využitím pasivních součástek R, L, C
- **aktivní filtr** – využívá pasivní filtr v kombinaci s aktivními prvky (operační zesilovač, tranzistor, ...)

2.2.1 Diskretizace analogových signálů

Vzorkování je proces, při kterém se spojitý signál $x_a(t)$ nahrazuje posloupností jeho časově ekvidistantních vzorků. Při tomto procesu se mohou ztratit některé informace o původním spojitém signálu. Pokud spojitý signál $x_a(t)$ kmitočtově omezíme a vzorkujeme ho dostatečně vysokým vzorkovacím kmitočtem f_v , ke ztrátě informace nedochází nebo je přijatelně malá. V ideálním případě jsou původní signál $x_a(t)$ a vzorkovaná posloupnost

$x[n]$ vázány vztahem

$$x[n] = x_a(nT), \quad (2.5)$$

kde T je vzorkovací perioda

$$T = 1 / f_v. \quad (2.6)$$

Pokud je kmitočtový rozsah spojitěho signálu příliš velký, tj. jsou-li časové změny signálu $x_a(t)$ příliš rychlé, je analogově – číslicový převod zatížen chybami. V dalším odvodíme podmínku potřebného vzorkovacího kmitočtu, nutného pro přesnou rekonstrukci analogového signálu.

Při analýze procesu vzorkování vycházíme z představy, že vzorkovaný signál $x_v(t)$ je dán součinem spojitěho signálu $x_a(t)$ a sledu Diracových impulsů $p(t)$, vzdálených o periodu T

$$x_v(t) = x_a(t) \cdot p(t), \quad (2.7)$$

kde

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2.8)$$

a proces vzorkování lze modelovat vztahem

$$x_v(t) = \sum x_a(nT) \cdot \delta(t - nT). \quad (2.9)$$

Bilineární transformace

Je nejpoužívanější metodou pro převod stabilního analogového filtru na stabilní digitální filtr. Při odvozování transformačního vztahu mezi komplexními proměnnými s a z vycházíme z diferenciální rovnice pro analogový filtr, z které po příslušné úpravě získáme transformační vztah

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (2.10)$$

nazývaný bilineární transformace, kde T je vzorkovací perioda. Bude-li zadán obrazový přenos $H_a(s)$ vzorového analogového filtru, pak obrazový přenos $H(z)$ odpovídajícího digitálního filtru získáme substitucí

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}}. \quad (2.11)$$

Abychom poznali vlastnosti bilineární transformace, zavedeme v rovnici (2.10) substituci $z = r \exp(j\tilde{\omega})$ a $s = \sigma + j\Omega$. Z výsledku zjistíme, že pro $\sigma < 0$ bude $r < 0$ a pro $\sigma = 0$ bude $r = 1$, takže levá polorovina z s -rovině se bude mapovat do plochy jednotkové kružnice v z -rovině a body z imaginární osy $j\Omega$ v s -rovině se budou mapovat do bodů $z = r \exp(j\tilde{\omega})$ na jednotkové kružnici v z -rovině.

Stabilní analogový filtr se tak transformuje na stabilní digitální filtr.

2.2.2 Aliasing

V případě, že dojde k překrývání vzorkovaného a originálního spektra, hovoříme o tzv. **aliasingu**. Jedná se o nežádoucí efekt, který způsobí, že informace obsažené ve vzorkovaném signálu nestačí k jeho rekonstrukci zpět do spojitě časové oblasti. Aliasingu je nutné předcházet, protože pokud k němu dojde, jeho následky se odstraňují jen velmi těžce. Proto se u elektronických obvodů před převodník spojitěho signálu na diskretní ve většině případů zařazuje tzv. antialiasingový filtr, který má za úkol odfiltrovat frekvence vyšší než ty, které odpovídají vzorkovacímu teorému.

Konkrétně jde o dolní propust realizovanou v případě běžných A/D převodníků jako analogový frekvenční filtr.

Známou ukázkou aliasingu je například filmový záznam nějakého rychle se otáčejícího předmětu (třeba vrtule letadla).

V teoretické rovině musí tedy všechny složky spektra splňovat podmínku, kterou stanoví již výše zmiňovaný **vzorkovací teorém** (znám také jako Shannon-Kotelnikovův).

Nechť $x_a(t)$ je frekvenčně omezený spojitý signál, jehož spektrum $X_a(j\omega) = 0$ pro kmitočty $|\omega| > \omega_m$.

Kmitočet ω_m představuje maximální kmitočtovou složku, obsaženou v $x_a(t)$. Pak je spojitý signál $x_a(t)$ jednoznačně určen svými vzorky $x_a(nT)$ pokud je vzorkovací kmitočet

$$\omega_v > 2 \omega_m, \quad (2.12)$$

kde

$$\omega_v = \frac{2\pi}{T}. \quad (2.13)$$

2.3 FIR filtry

Jsou filtry s konečnou impulsní odezvou (finite impulse response), což v praxi znamená, že impulsní charakteristika má konečný počet hodnot. Pokud tedy zamezíme dodávání vstupních hodnot, výstupní hodnoty se po uplynutí určité doby ustálí na hodnotě 0. Pro filtr řádu m je konečný počet hodnot roven $m+1$.

Sestavujeme je nerekurzivním algoritmem (bez zpětné vazby), proto jsou někdy označovány jako nerekurzivní filtry.

FIR filtry jsou vždy stabilní, protože všechny póly leží v nule.

V případě, že je jejich impulsní charakteristika symetrická nebo nesymetrická, mají lineární průběh fázové charakteristiky.

Pokud bychom chtěli strmější charakteristiky, musíme použít filtr vyššího řádu než je tomu u IIR filtru. Nevýhodou je, že se zvyšováním řádu roste i zpoždění.

Jejich poměrně jednoduchý návrh můžeme uskutečnit prostřednictvím vzorkování frekvenční charakteristiky, nebo váhování impulsní charakteristiky.

Obrazový přenos $H(z)$ filtru FIR je

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{i=0}^{M-1} b_i \cdot z^{-i} . \quad (2.14)$$

Činnost filtru FIR můžeme popsat tedy diferenční rovnicí

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i \cdot x(n-i) . \quad (2.15)$$

2.4 IIR filtry

Mají nekonečnou impulsní odezvu (infinite impulse response), kterou zajišťuje minimálně jedna zpětnovazební smyčka, díky níž se výstup neustálí na hodnotě 0.

Jsou vždy rekurzivní (s minimálně jednou zpětnou vazbou).

Podmínkou pro stabilitu IIR filtrů jsou všechny jeho póly nacházející se uvnitř jednotkové kružnice.

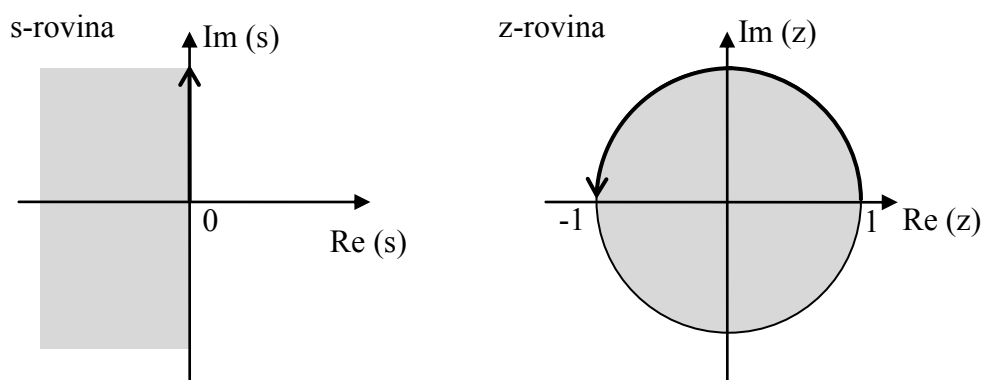
IIR filtry nemívají lineární fázovou charakteristiku.

Ve srovnání s FIR filtrem u něj neexistuje vztah mezi žádanou frekvenční charakteristikou a systémovými konstantami, proto je jeho realizace složitější. Provádí se pomocí rozmísťování nulových pólů a bodů, nebo optimalizačním návrhem podle frekvenční charakteristiky, jenž vede na řešení soustavy nelineárních rovnic.

Díky tomu, že IIR filtry mají obrazový přenos $H(z)$ ve tvaru racionálně lomené

funkce, podobně jako je tomu u obrazového přenosu $H(s)$ analogových filtrů, lze vhodnou transformací funkce $H(s)$ definované v rovině s , získat obrazový přenos $H(z)$ v rovině z . Pro realizaci tohoto nepřímého (transformačního) způsobu návrhu musí transformace splňovat 2 podmínky:

- Pro zachování frekvenčních charakteristik analogového filtru se imaginární osa roviny $s=j\omega$ musí transformovat na jednotkovou kružnici v rovině $z = e^{j\omega}$.
- Pro transformaci stabilního analogového filtru na stabilní digitální filtr se levá polorovina $\text{Re}(s)<0$ roviny s musí transformovat dovnitř jednotkové kružnice $|z|<1$ roviny z .



Obrázek 2.1 - Podmínky pro transformaci z s -roviny do z -roviny

Transformaci můžeme provést metodou:

- invariantní impulsní odezvy,
- diskrétní aproximací derivace,
- bilineární transformace (nejčastěji používaná metoda).

Diferenční rovnice IIR filtru:

$$y_n = \sum_{i=0}^M b_i \cdot x(n-i) - \sum_{i=1}^L a_i \cdot y(n-i). \quad (2.16)$$

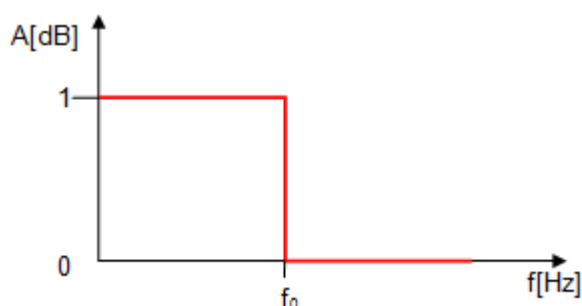
2.5 Selektivní filtry

Dolní propust

Filtr s dolní propustí filtruje signál tak, že propouští signál o nižších frekvencích, než je jeho mezní frekvence f_0 .

$$A=1 \text{ pro } f \leq f_0,$$

$$A=0 \text{ pro } f > f_0.$$



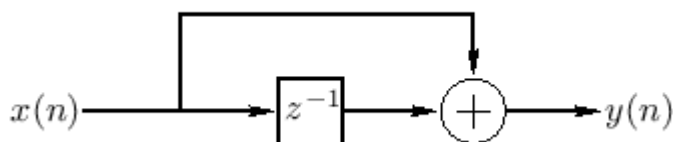
Obrázek 2.4 - Ideální charakteristika filtru dolní propust

Nejjednodušší (ovšem ne zcela ideální) filtr s dolní propustí je vyjádřen diferenční rovnicí

$$y(n) = x(n) + x(n-1), \quad (2.17)$$

kde $x(n)$ je filtrovaná vstupní amplituda v čase n , dále $x(n-1)$ je filtrovaná vstupní amplituda v čase $n-1$ a $y(n)$ je výstupní amplituda v čase n . Schéma s vyznačeným tokem signálu pro tento filtr je na obrázku 2.5. Symbol z^{-1} znamená zpoždění jednoho vzorku, tedy

$$z^{-1}x(n) = x(n-1). \quad (2.18)$$



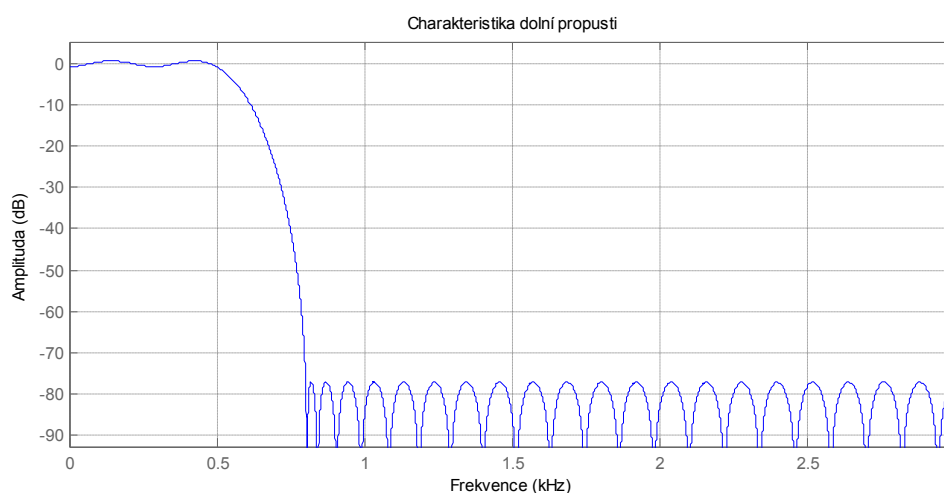
Obrázek 2.5 - Blokové schéma filtru dolní propust

Přenos filtru typu dolní propust má tvar

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{T_1 s + 1}. \quad (2.19)$$

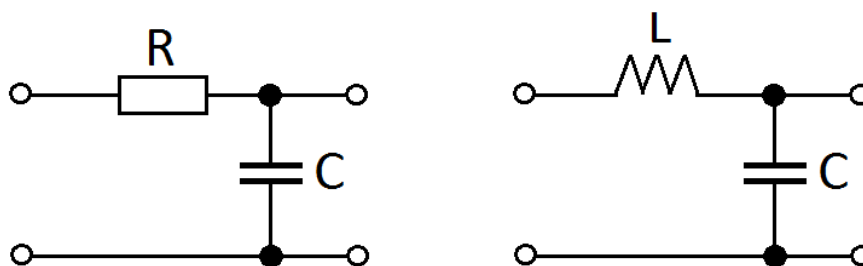
Při srovnání reálného filtru (obrázek 2.6) s ideálním filtrem (obrázek 2.4) lze zjistit,

že ideální filtr se vyznačuje nekonečně vysokou strmostí přechodové části charakteristiky, nulovým útlumem v propustném pásmu, nekonečným útlumem v zádržném pásmu a dále nulovým fázovým posunem. Takové podmínky ovšem reálné filtry nesplňují, proto se jako jejich vlastnosti uvádí selektivita (strmost přechodové části charakteristiky) nebo tvarový činitel filtru a horní nebo dolní frekvence se uvažuje pro pokles amplitudové frekvenční charakteristiky o zvolenou hodnotu - obvykle se udává pro pokles signálu na polovinu výkonu, tedy o 3 dB.



Obrázek 2.6 - Reálná charakteristika vykreslená pomocí programu MATLAB

Analogový filtr typu dolní propust má stejnou funkci jako číslicový filtr stejného typu, tedy nepropouští signál o vyšších frekvencích. Způsob jeho realizace pomocí obvodových prvků je zobrazen na obrázku 2.7.



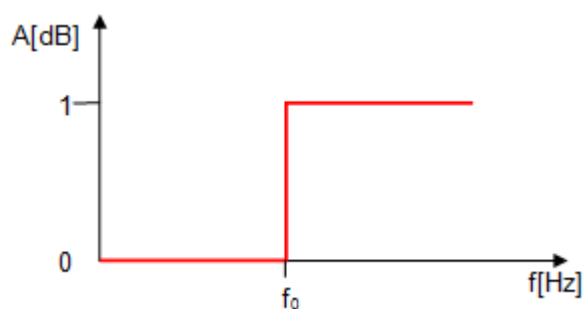
Obrázek 2.7 - Ukázky jednoduchých realizací dolní propusti pomocí RLC prvků

Horní propust

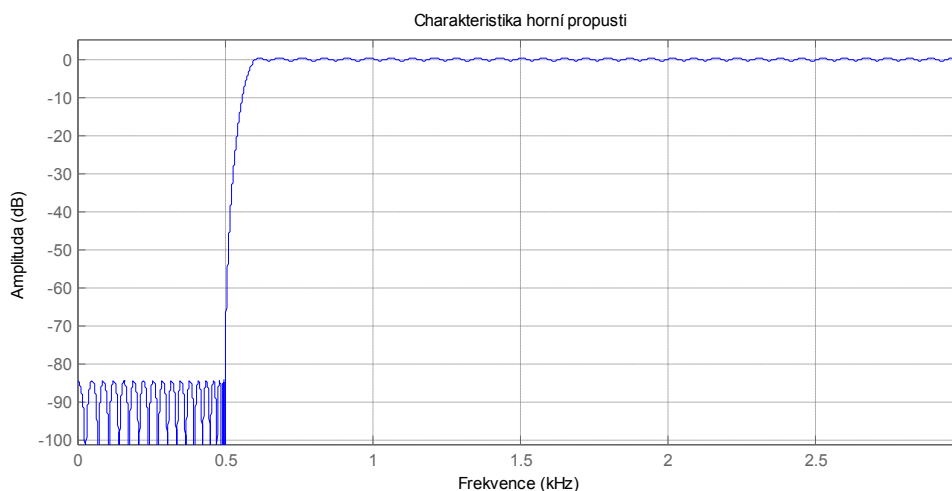
Filtr s horní propustí funguje opačně než filtr s dolní propustí, tedy nepropouští signál s nižší frekvencí.

$$A=0 \text{ pro } f < f_0,$$

$$A=1 \text{ pro } f \geq f_0.$$



Obrázek 2.8 - Ideální charakteristika filtru horní propust

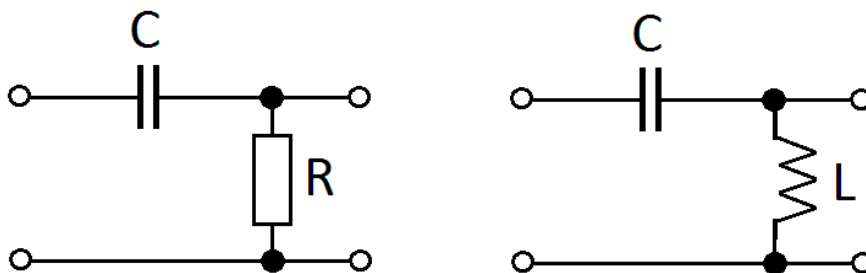


Obrázek 2.9 - Reálná charakteristika vykreslená pomocí programu MATLAB

Přenos filtru typu horní propust je dán vztahem

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{T_1 s}{T_1 s + 1}. \quad (2.20)$$

Jednoduché sestavení analogového filtru typu horní propust se od dolní propusti liší pouze prohozením obvodových prvků (viz obrázek 2.10).



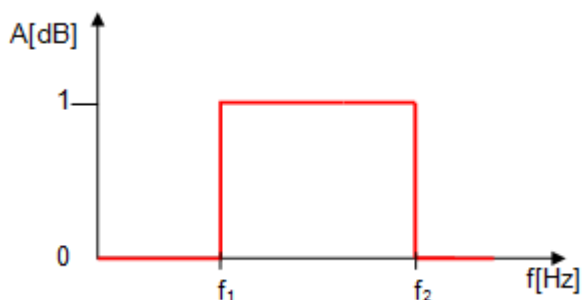
Obrázek 2.10 - Ukázky jednoduchých realizací horní propusti pomocí RLC prvků

Pásmová propust

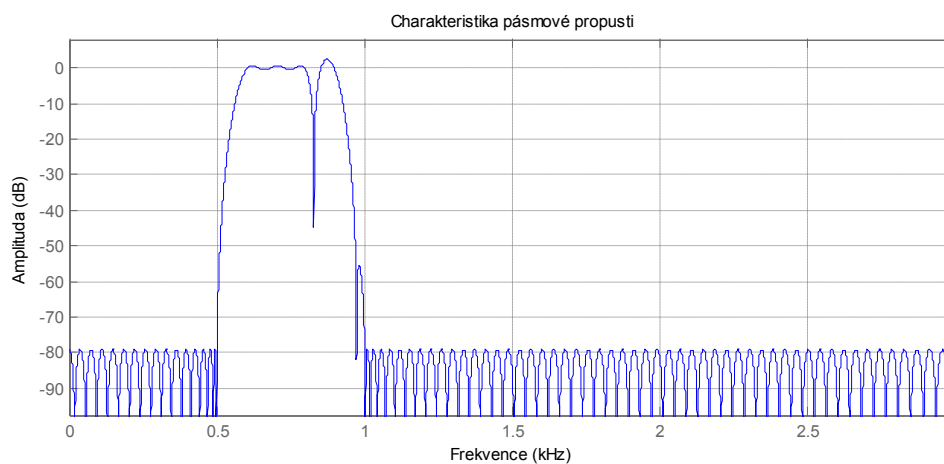
Filtr propouští signál v pásmu frekvence ohraničené dvěma mezními body f_1 (dolní mezní bod) a f_2 (horní mezní bod). Jedná se o kombinaci horní a dolní propusti.

$$A=1 \text{ pro } f_1 \leq f \leq f_2,$$

$$A=0 \text{ pro } f < f_1 \text{ a } f > f_2.$$



Obrázek 2.11 - Ideální charakteristika filtru pásmová propust



Obrázek 2.12 - - Reálná charakteristika vykreslená pomocí programu MATLAB

Pásmová zádrž

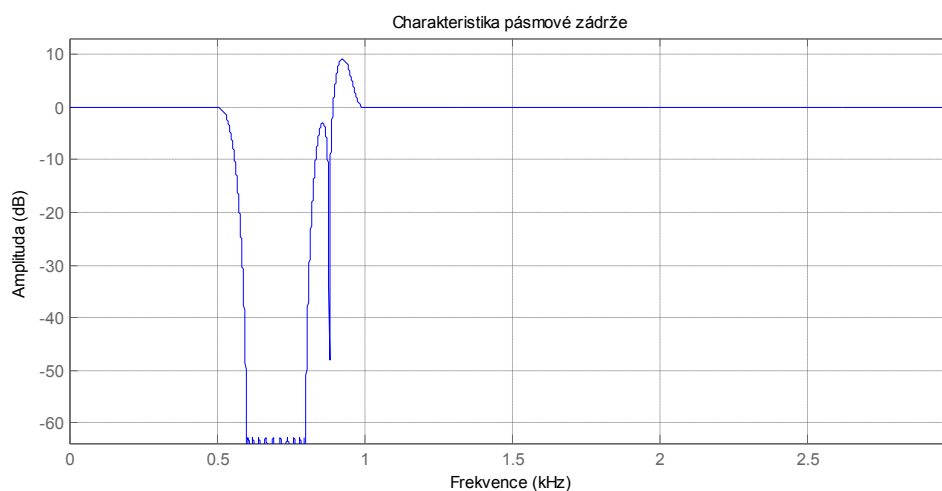
Filtr s opačnými filtrovacími schopnostmi než pásmová propust. Signál s frekvencí mezi dolním mezním bodem f_1 a horním mezním bodem f_2 je zadržen.

$$A=1 \text{ pro } f \leq f_1 \text{ a } f \geq f_2,$$

$$A=0 \text{ pro } f_1 < f < f_2.$$



Obrázek 2.13 - Ideální charakteristika filtru pásmová zádrž



Obrázek 2.14 - Reálná charakteristika filtru pásmová zádrž vykreslená pomocí programu MATLAB

Notch filtr (úzkopásmová zádrž)

U tohoto filtru následuje ukázka toho, jak užitečné může být použití obrazových přenosů pro signály se spojitým časem jako řešení pro návrh číslicového filtru. Tento filtr má za úkol odstranit ze signálu jedinou frekvenční složku, která je například považována za parazitní. Jestliže je Notch filtr použit v regulační smyčce, pak je důležité, aby měl co možná nejmenší zpoždění, to znamená, aby byl co možná nejnižšího řádu. Stabilní a fázově minimální přenos nejnižšího možného řádu s vhodnou nulou přenosu o úhlové frekvenci $\omega_0 = 2\pi f_0$ je následující

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 + \frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}. \quad (2.21)$$

Výsledkem bilineární transformace tohoto přenosu s periodou vzorkování T je rovněž přenos druhého řádu

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (2.22)$$

jehož parametry se vypočítají podle následujících vzorců

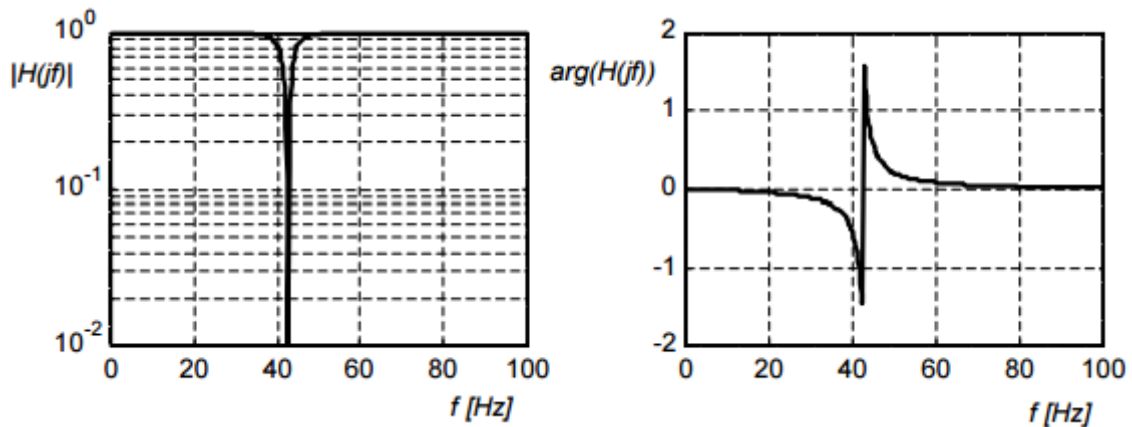
$$b_0 = \frac{T_s^2 + 4/\omega_0^2}{T_s^2 + 4\xi T_s/\omega_0 + 4/\omega_0^2}, \quad (2.23)$$

$$b_1 = 2 \frac{T_s^2 - 4/\omega_0^2}{T_s^2 + 4\xi T_s/\omega_0 + 4/\omega_0^2}, \quad (2.24)$$

$$b_2 = \frac{T_s^2 - 4\xi T_s/\omega_0 + 4/\omega_0^2}{T_s^2 + 4\xi T_s/\omega_0 + 4/\omega_0^2}. \quad (2.25)$$

Součinitel útlumu ξ se volí 0,05. [Tůma J., 2009]

Funkce Notch filtru je demonstrována na příkladu. Nechť je vzorkovací frekvence 200 Hz a tímto filtrem je třeba odstranit složku spektra signálu o velikosti 50 Hz. Po dosazení za $T_s = 1/200 = 0,005$ a $\omega_0 = 1/2\pi 50$ dostaneme amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku (obrázek 2.15). [Tůma J., 2009]



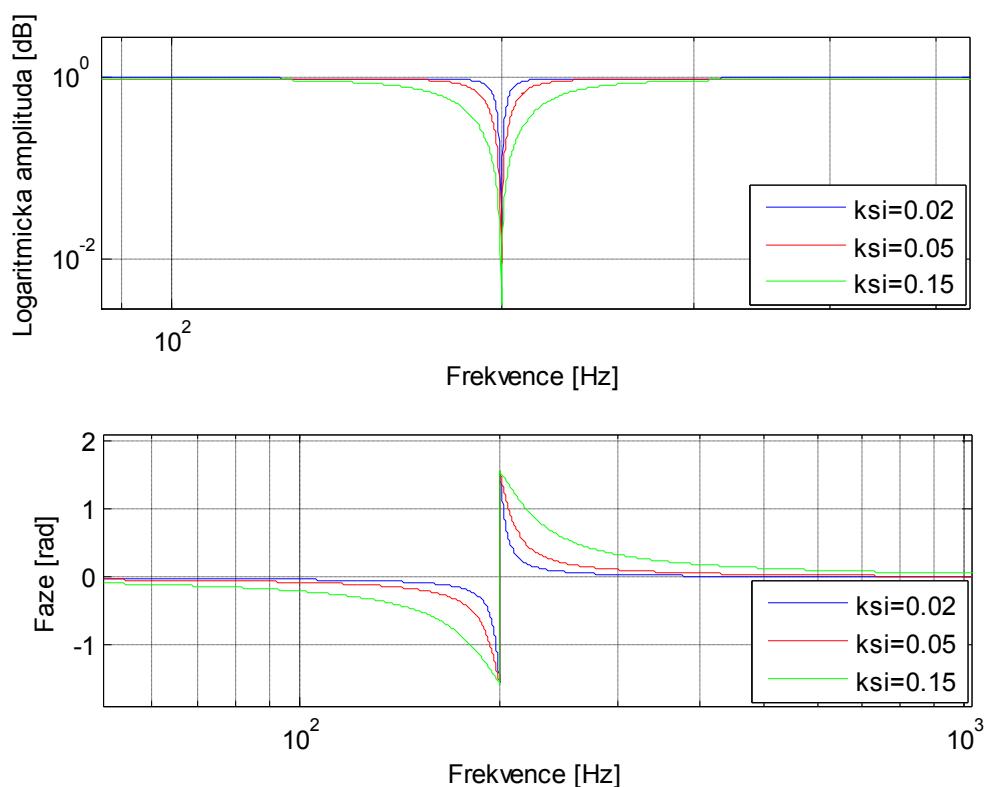
Obrázek 2.15 - Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika [Tůma J., 2009]

Tvar amplitudové charakteristiky tohoto filtru připomíná vryp např. na okraji

naprasklého hrníčku (anglicky notch). Filtr je velmi selektivní, avšak tlumí složky signálu o frekvenci 42,4 Hz místo 50 Hz. Posun frekvence je dán nepřesností náhrady spojitého přenosu bilineární transformací. Místo 50 Hz je třeba do vzorců pro výpočet koeficientů filtru dosadit jinou frekvenci. Při hledání vhodné frekvence lze postupovat náhodně.

Analýzou polohy nuly obrazového přenosu v proměnné zje možné odvodit podmínku pro úhlovou frekvenci dosazovanou do vzorců pro b_0 , b_1 a a_2 , aby filtr tlumil na úhlové frekvenci $\Omega_0 = 2\pi F_0$. [Tůma J., 2009]

$$\Omega_0 T_s = \arctan \left(\sqrt{2 \frac{(\omega_0 T_s)^2 + 4}{(\omega_0 T_s)^2 - 4}} - 1 \right). \quad (2.26)$$



Obrázek 2.16 - Vliv tlumení na selektivitu Notch filtru

Koeficienty filtru musí být vypočteny pro frekvenci 63,65 Hz, tj. $\omega_0 = 2\pi \cdot 63,65$. Na obrázku 2.16 je znázorněn vliv volby součinitele tlumení na selektivitu filtru. Malé odchylky skutečné frekvence od předpokládané podstatně zmenšují velikost útlumu.

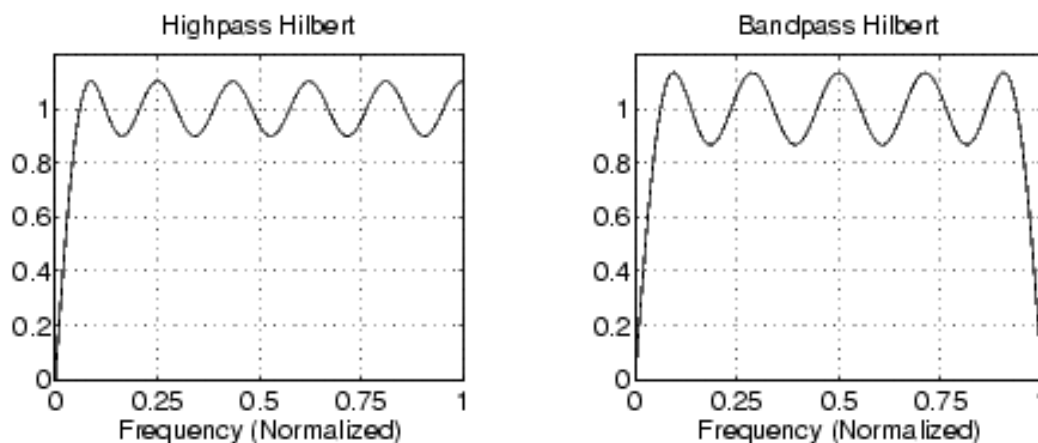
2.6 Hilbertův filtr

Ideální Hilbertův filtr posouvá fázi signálu o $\pi/2$, tedy o 90° , nejedná se tedy o selektivní filtr. Hilbertovou transformací například dostaneme ze sinusového průběhu signálu cosinový průběh, protože je posunut právě o 90° . Složky signálu se zápornou frekvencí se fázově urychlí o $\pi/2$ a složky s kladnou frekvencí se fázově zpozdí o $\pi/2$, což odpovídá násobení faktorem j a $-j$.

Frekvenční přenos Hilbertova transformátoru, je ve tvaru

$$G_{HT}(j\omega) = \begin{cases} j, & \omega < 0 \\ -j, & \omega > 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

a je dán Fourierovou transformací impulsní odezvy.



Obrázek 2.17 - Charakteristika Hilbertova filtru pro horní a pro dolní propust [Tůma J., 2009]

2.7 Diferenciátor

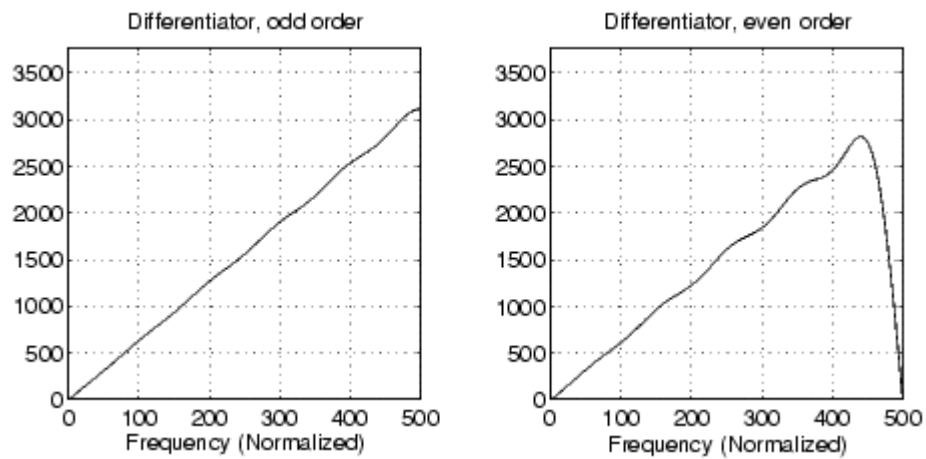
Diferenciátor, nazývaný někdy také jako diskrétní derivátor patří k filtrům s konečnou impulsní odezvou. Je to filtr prvního řádu, jehož diferenční rovnice je

$$y(n) = x(n) - x(n-1). \quad (2.28)$$

Obrazový přenos $H(z)$ diferenciátoru je

$$H(z) = \frac{z-1}{z}. \quad (2.29)$$

Je používán k aproximaci derivace pomocí zpětné difference a funguje jako horní propust. Jeho charakteristiky pro lichý a sudý řád filtru jsou zobrazeny na obrázku 2.18. Výstupní napětí je úměrné derivaci vstupního napětí.



Obrázek 2.18 - Charakteristika pro lichý a sudý řád filtru diferenciátoru [Tůma J., 2009]

V technickém odvětví jsou diferenciátory používány při vysílání a příjmu televizního signálu, vzorkování a digitalizace signálu a podobně.

3 MATLAB A KNIHOVNY

MATLAB je výkonným, interaktivním programovým prostředím pro vědecké a inženýrské výpočty a taky programovacím jazykem čtvrté generace. Jeho název vznikl složením slov *matrix laboratory* (maticová laboratoř), z čehož vyplývá, že základním datovým typem používaným u výpočtů jsou matice. Sjednocuje v sobě funkce pro počítání s maticemi, numerickou analýzu, zpracování signálů a grafické vyhodnocování v uživatelsky příjemném prostředí, jehož hlavní výhodou je jeho snadná rozšiřitelnost o uživatelem napsané jednotlivé funkce v podobě souboru M-file, nebo rovnou celé aplikace.

Podle okruhu problémů, které chce uživatel řešit, si může vybrat z tzv. *toolboxů*, což je kolekce souborů typu M-file, obsahující programové funkce pro řešení dané problematiky. V současnosti jsou dostupné *toolboxy* pro okruhy jako:

- statistika,
- symbolická matematika,
- identifikace systémů,
- teorie řízení,
- optimalizace,
- neuronové sítě,
- zpracování obrazů,
- zpracování signálů.

Právě pro zpracování signálů je určen i *Signal Processing toolbox* a *Filter Design and Analyses tool*, které jsou využívány v diplomové práci.

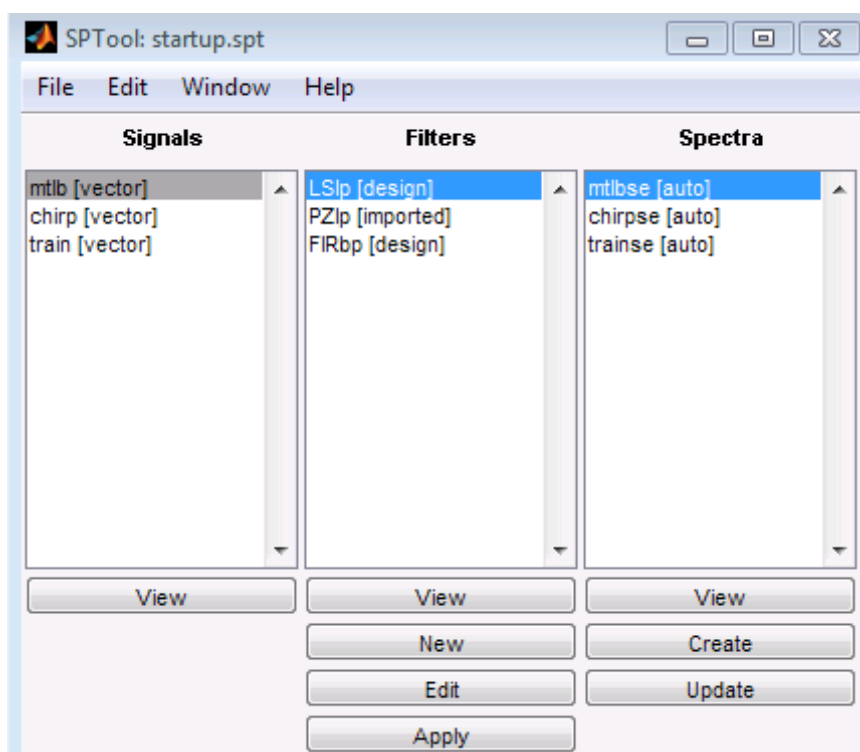
3.1 SIGNAL PROCESSING TOOLBOX

Signal Processing toolbox je knihovnou funkcí a poskytuje průmyslově standardizované algoritmy a aplikace pro analogové a digitální zpracování signálu. Obsahuje nástroje pro vizualizaci signálů v časové a frekvenční oblasti, výpočet FFT pro spektrální analýzy, návrh FIR a IIR filtrů, implementaci konvoluce, modulace, převzorkování a jiné techniky zpracování signálů. Tyto nástroje můžeme rozdělit do dvou kategorií (viz tabulka 1).

Tabulka 1- Kategorie nástrojů SPT [Zaplatílek, Doňar, 2006]

Kategorie nástrojů Signal Processing toolboxu (SPT)	
Funkce pro použití v příkazové řádce	Interaktivní uživatelská rozhraní
Analýza analogových a číslicových filtrů	Návrh a analýza filtrů
Implementace číslicových filtrů	Tvorba okénkových (váhovacích) funkcí
Návrh číslicových filtrů FIR a IIR	Analýza a kreslení funkcí
Návrh analogových filtrů	Spektrální analýza
Návrh číslicových filtrů na základě analogových prototypů	Filtrace signálů
Spektrální analýza	
Kepstrální analýza	
Parametrické modelování	
Lineární predikce	
Tvorba vlnkových funkcí	

Interaktivní prostředí Signal Processing toolboxu (dále SPT) zobrazíme, když do příkazového okna (*Command Window*) zadáme příkaz *sptool*. V zobrazené úvodní nabídce SPT je na výběr ze tří sloupců nabídek. První nabídka je určená k prohlížení průběhů signálů, druhá obsahuje možnosti pro práci s číslicovými filtry a třetí je pro spektrální analýzu.

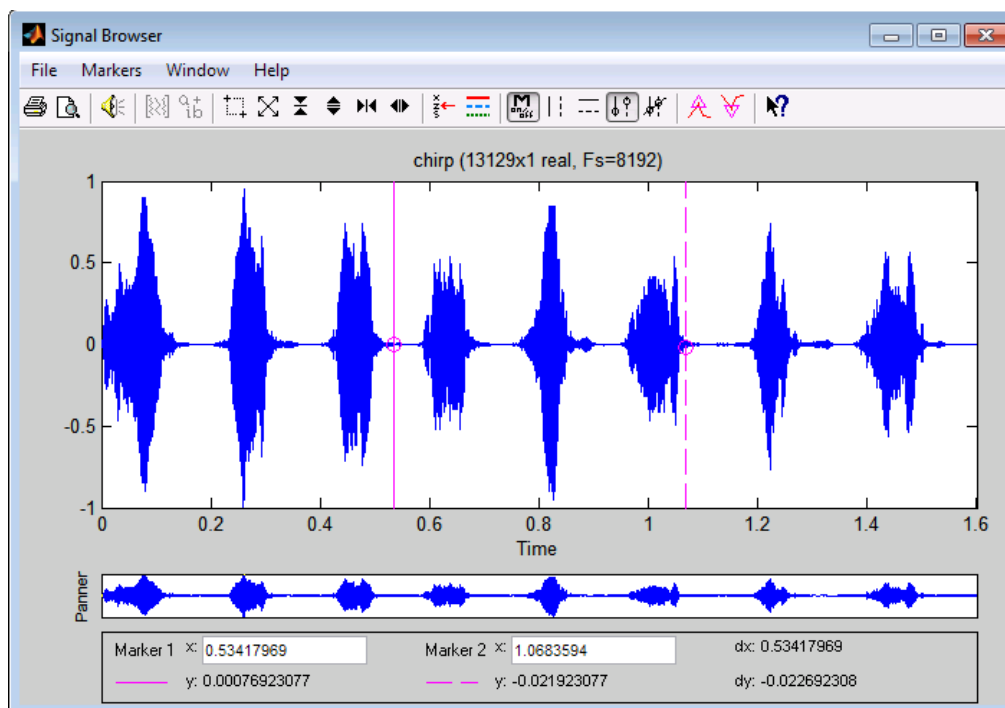


Obrázek 3.1 - Úvodní nabídka Signal Processing toolboxu

3.1.1 Práce se signály

SPT neumožňuje signály přímo vytvářet, ale je možné je do něj importovat, prohlížet je a taky je z něj exportovat. Na obrázku 3.1 můžeme vidět, že již obsahuje tři importované signály.

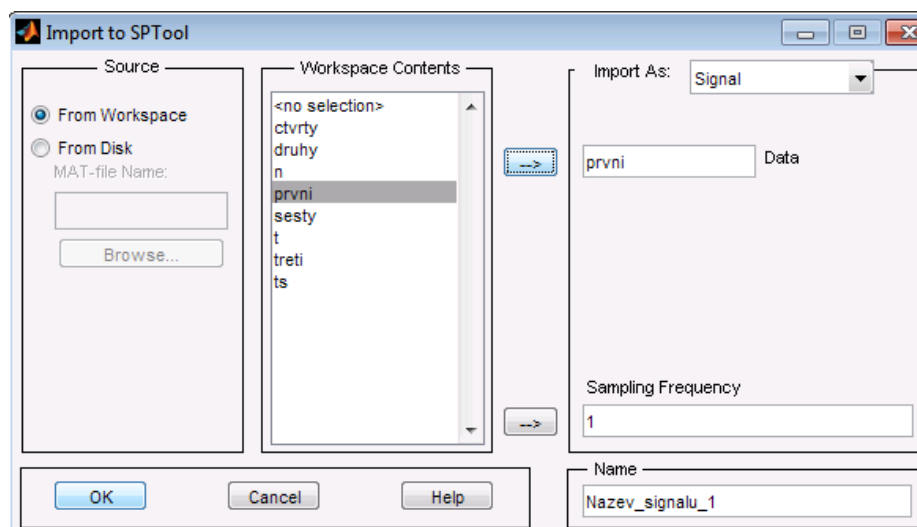
Pokud jeden z nich vybereme a necháme jej zobrazit příkazem *View*, můžeme ještě dále měnit možnosti zobrazení jako zvětšování, zvýrazňování extrémů, vytisknutí signálu, přehrání signálu jako zvukové stopy, atd.



Obrázek 3.2– Signal processing toolbox - zobrazení signálu "chirp"

Jestliže signál potřebujeme z SPT exportovat, vybereme signál a v horní nabídce zvolíme *File/Export*. Signál lze exportovat přímo na disk počítače, ale i do pracovního prostředí MATLABu s názvem *Workspace*.

Při importu signálu je postup analogický jako u exportu. Přes *File/Import* vybereme soubor se signálem (v našem případě už máme ve *Workspace* načtených více proměnných), označíme proměnnou, přesuneme ji do okna pro import, zadáme název signálu a případně vzorkovací kmitočet a potvrdíme tlačítkem *OK*.



Obrázek 3.3 - Import signálu do SPT

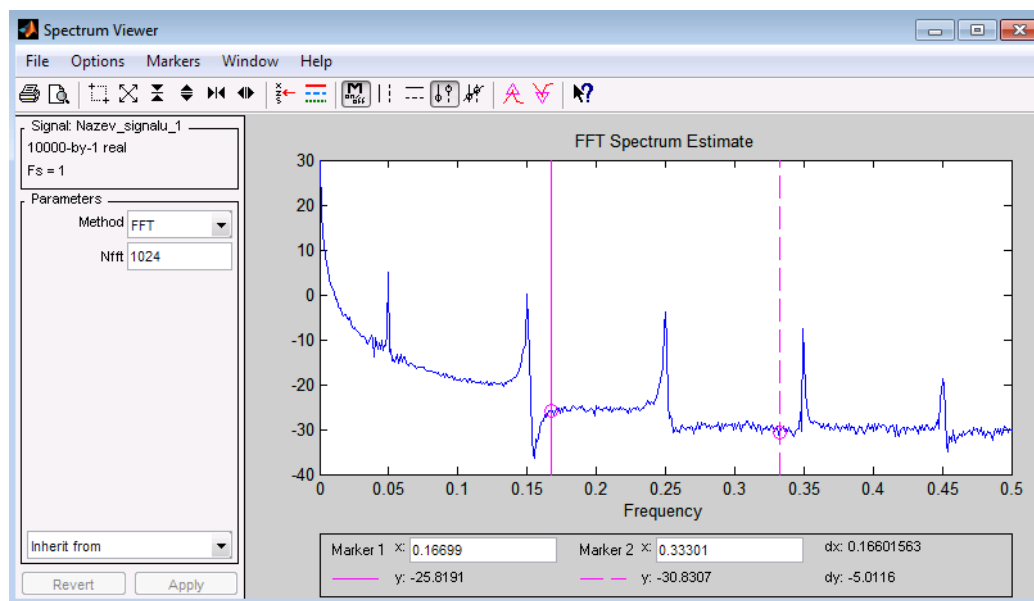
3.1.2 Práce s filtry

K práci s filtry slouží v SPT nabídka ve druhém sloupci *Filters*, s jejíž pomocí je možné filtry navrhovat, editovat, nebo jimi filtrovat vybrané signály. Pokud nechceme použít existující filtr, můžeme si jej upravit nebo rovnou navrhnout od začátku pomocí nástroje *Filter design and analysis tool* (více v kapitole 3.2).

3.1.3 Spektrální analýza signálu

Ve třetím sloupci *Spectra* je nabídka pro prohlížení spekter signálů, vytváření spekter dle různých metod pro signály, načítání dat pro signál ve formě spekter a přidávání do již existujících spekter.

Když při importu podle obrázku 3.3 nastavíme v pravém horním rohu volbu *Import as* na možnost *spectrum*, načtené spektrum se zobrazí v seznamu v pravém sloupci SPT.

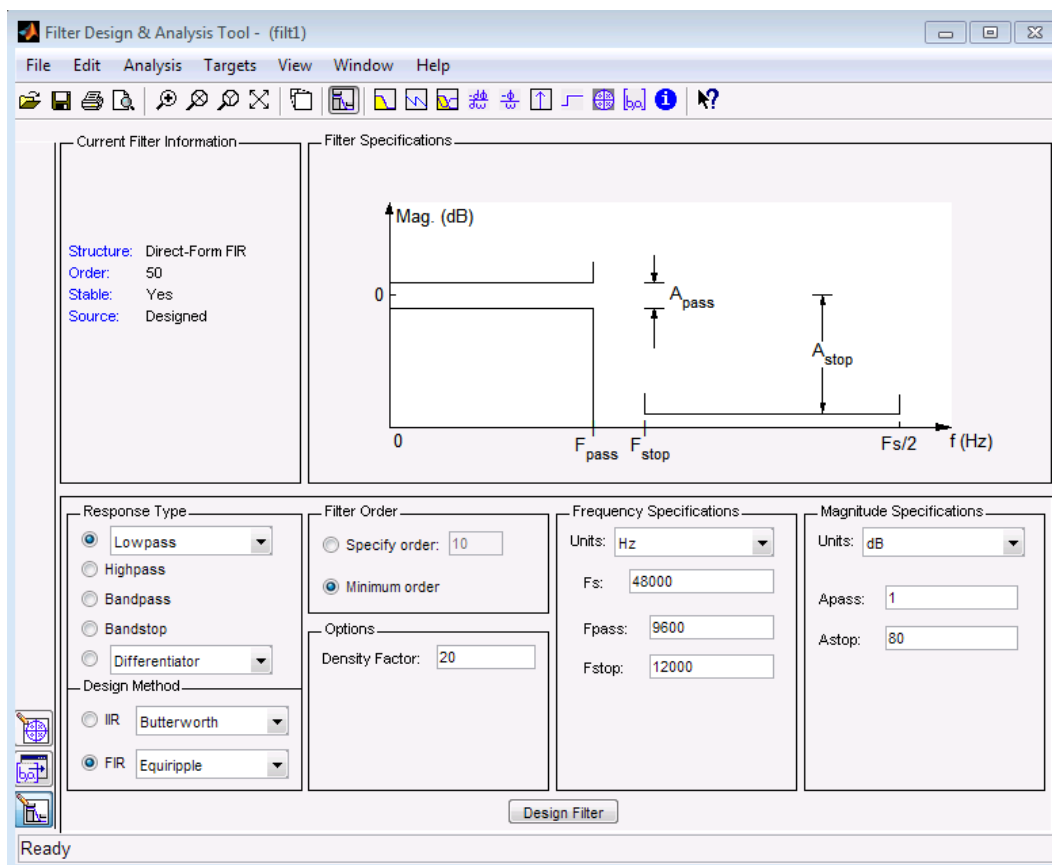


Obrázek 3.4 - Prohlížení spektra v SPT

Zobrazené spektrum můžeme spočítat několika způsoby, které si můžeme zvolit v nabídce *Method*. Export a import lze provést opět analogicky jako v předešlých případech.

3.2 FILTER DESING AND ANALYSIS TOOL

K úpravě nebo návrhu nového filtru se dostaneme pomocí nástroje SPT, kde se nám po kliknutí v prostředním sloupci *Filters* na nabídku *New* (nový) nebo *Edit* (upravit) otevře právě nástroj *Filter design and analysis tool* (dále FDAT).



Obrázek 3.5 - Vytváření nového filtru v FDAT

Dále budou rozebrány možnosti nastavení nového filtru.

Response type

Typ odezvy, čili způsob, jakým bude signál na vytvořený filtr reagovat:

- Lowpass - dolní propust (propustí signál o nižších frekvencích),
- Raised-cosine - zvednutý cosinus,
- Highpass - horní propust (propustí signál o vyšších frekvencích),
- Bandpass - pásmová propust (propustí signál v určitých frekvencích),
- Bandstop - pásmová zadrž (zadrží signál v určitých frekvencích),
- Differentiator - derivace signálu,

- Multiband - více propustí,
- Hilbert transformer - Hilbertův filtr,
- Arbitrary magnitude - libovolná velikost.

Design Method

Volba typu filtru. Je možné vybrat mezi IIR a FIR filtrem s rozšířenými nabídkami.

FIR filtr:

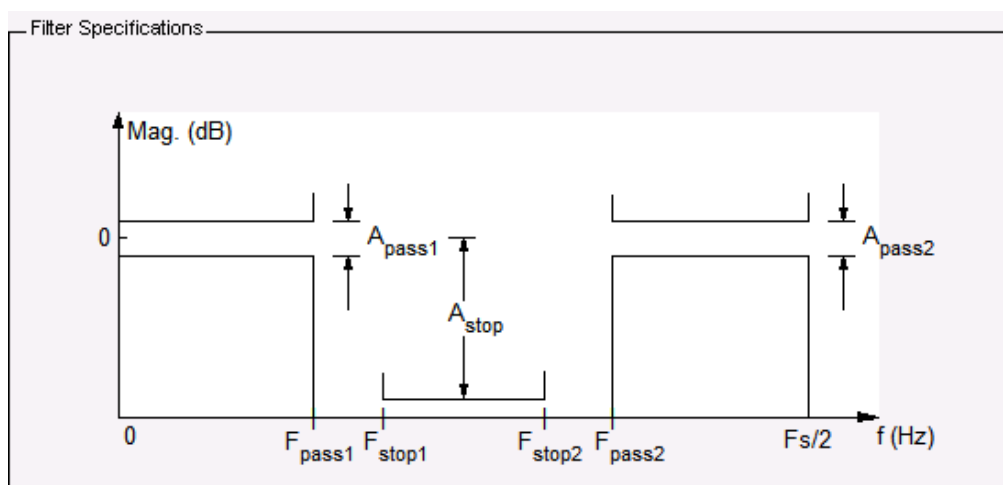
- Butterworth,
- Chebyshev type I,
- Chebyshev type II,
- Elliptic,
- Maximally flat.

IIR filtr:

- Equiripple,
- Least-squares,
- Window,
- Constr. Least-squares,
- Complex Equiripple,
- Maximally flat.

Frequency specifications, Magnitude specifications

Nastavení frekvencí filtru. Po výběru typu filtru nám FDAT zobrazí jeho grafické znázornění vlastností s popisem jednotlivých frekvencí a magnitud, kdy vlivem filtru dochází k hlavním změnám signálu.



Obrázek 3.6 - Grafické znázornění filtru pásmová zádrž

Následně je možné určit jednotky, jakých bude frekvence vypisována (Hz, kHz, MHz, GHz) i samotné frekvence (obrázek 3.7).

- F_s - vzorkovací frekvence,
- F_{pass1} - hodnota frekvence, do které je signál propouštěn,
- F_{stop1} - hodnota frekvence, od které je signál zadržován (filtrován),
- F_{stop2} - hodnota frekvence, od které signál není zadržován (filtrován),
- F_{pass2} - hodnota frekvence, od které je signál propouštěn.

The image shows a software interface for filter design with two main panels: 'Frequency Specifications' and 'Magnitude Specifications'.

Frequency Specifications:

- Units: Hz (dropdown menu)
- F_s : 48000
- F_{pass1} : 7200
- F_{stop1} : 9600
- F_{stop2} : 12000
- F_{pass2} : 14400

Magnitude Specifications:

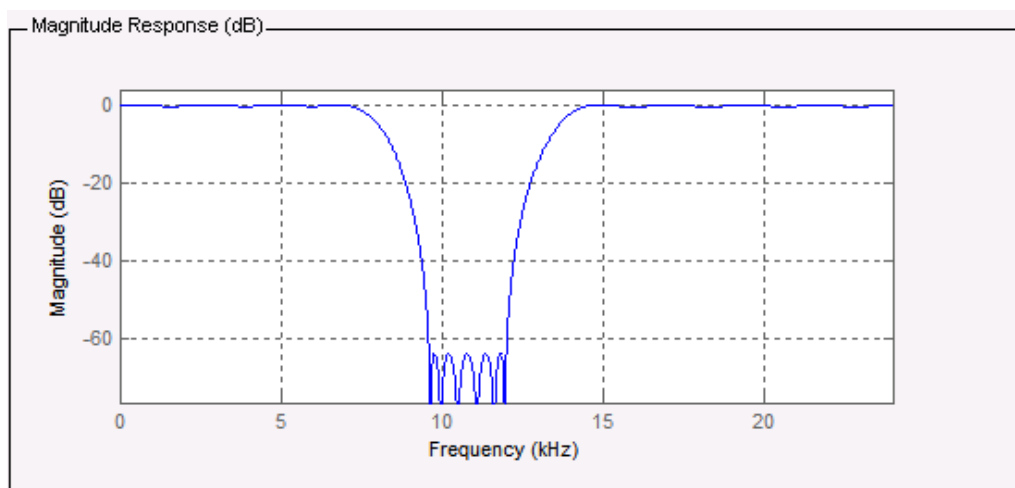
- Units: dB (dropdown menu)
- A_{pass1} : .5
- A_{stop} : 60
- A_{pass2} : 1

Obrázek 3.7 - Nastavení frekvencí a útlumu filtru

V okně pro útlum filtru lze nastavit míru tlumení signálu filtrem.

- A_{pass1} - útlum signálu v propustné oblasti,
- A_{stop} - útlum signálu v zádržné oblasti,
- A_{pass2} - útlum signálu v propustné oblasti.

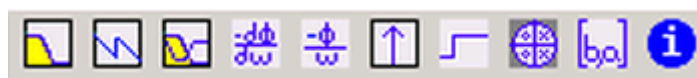
Po dokončení návrhu filtru a potvrzení tlačítkem *Design filter* je zobrazen průběh signálu přes daný filtr.



Obrázek 3.8 - Náhled signálu filtrovaného filtrem pásmová zadrž

Analýza filtru

Přes příkazy pro analýzu filtru se dají jednoduše vykreslit různé charakteristiky filtru. Po kliknutí na ikonu (obrázek 3.9) je vykreslena příslušná charakteristika.



Obrázek 3.9 - Panel s ikonami pro analýzu filtru

Popis ikon ve směru zleva doprava:

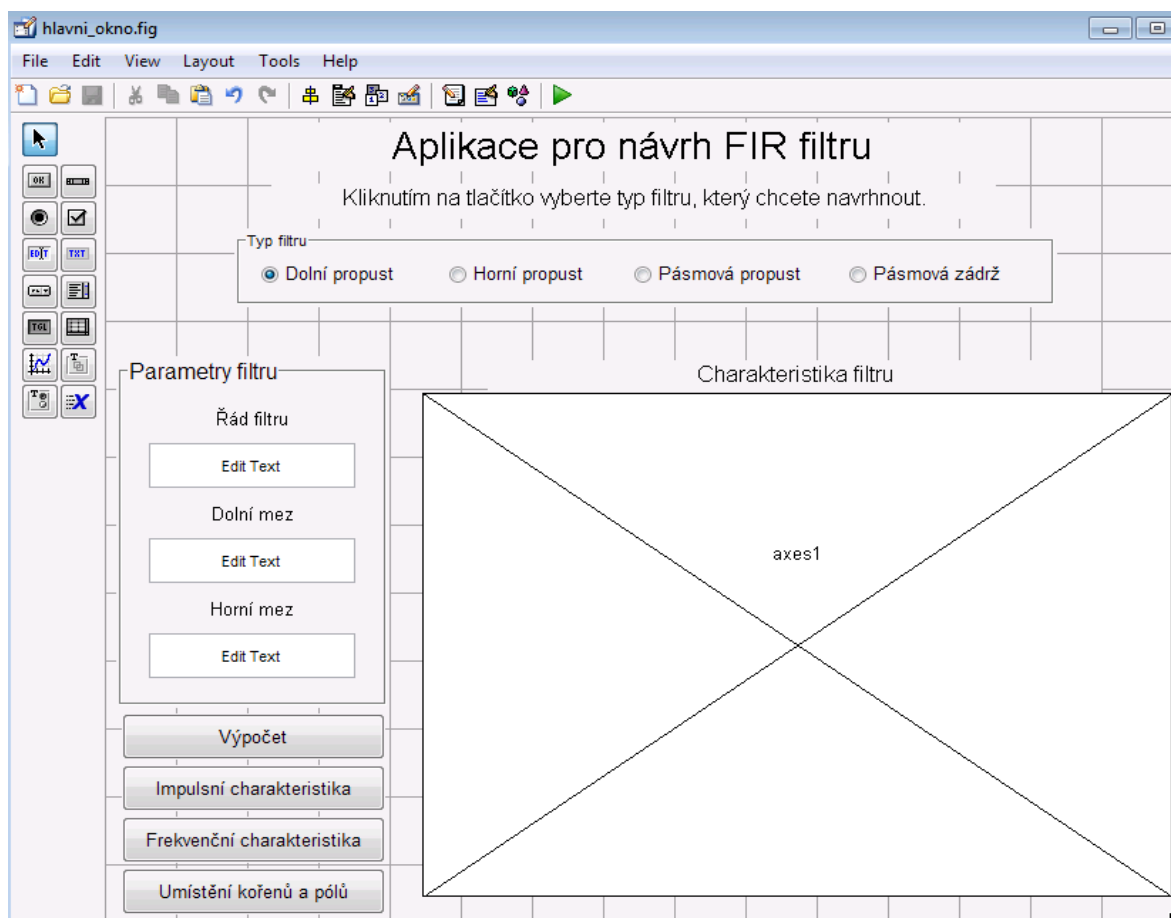
- Magnitude response - závislost útlumu signálu na frekvenci filtru,
- Phase response - závislost fáze na frekvenci filtru,
- Magnitude and Phase responses - závislost útlumu a fáze na frekvenci filtru,
- Group delay response - odezva skupinového zpoždění,
- Phase delay response - zpoždění fáze,
- Impulse response - impulsní charakteristika filtru,
- Step response - skoková charakteristika filtru,
- Pole-zero plot - zobrazení pólů a nul filtru,
- Filter Coefficients - výpis koeficientů filtru,
- Filter Information - informace o filtru.

4 MATLAB GUIDE

Po seznámení s nástrojem pro návrh filtrů, je možné přejít k tvorbě samotné aplikace. K tvorbě aplikací slouží v MATLABu *grafické uživatelské prostředí*, tzv. GUI (Graphical User Interface). V něm si uživatel vytváří grafické objekty zcela sám, a to zadáváním příslušného zdrojového kódu do M-File.

Druhým způsobem, kterým je možné vytvořit aplikaci, je automatický generátor GUI, jenž se nazývá **GUIDE** (Graphical User Interface Development Environment). Jeho prostřednictvím uživatel vybírá na příslušném panelu již hotové grafické objekty (tlačítka, posuvníky, tabulky, atd.) a umisťuje je na plochu aplikace. Program při každé změně automaticky generuje zdrojový kód grafických objektů do souboru typu M-file a uživatel se tak při psaní zdrojového kódu zabývá pouze tvorbou jejich funkcí. Uživatel tímto způsobem dostane dva typy souborů:

- s koncovkou *.fig - vzhled aplikace, grafické objekty,
- s koncovkou *.m - funkce grafických objektů, zdrojový kód.



Obrázek 4.1 - Tvorba vzhledu aplikace pomocí GUIDE

4.1 Příkazy pro vykreslování

Příkazy pro vykreslování základních charakteristik jsou v aplikaci aktivovány stiskem příslušného tlačítka. Na tlačítko je napojena daná funkce, která je zapsaná ve zdrojovém kódu v souboru M-file.

4.1.1 Matematický popis FIR filtru

Pro obecný přenos filtru vyjádřený Z-transformací

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 - a_1 \cdot z^{-1} - a_2 \cdot z^{-2} - \dots - a_m \cdot z^{-m}} \quad (4.1)$$

platí:

- Je-li polynom $A(z)=1$ ($a_i=0$), jedná se o FIR filtr,
- Je-li polynom $A(z) \neq 1$ ($a_i \neq 0$), jedná se o IIR filtr.

Z toho vyplývá, že pro přenos FIR filtru stačí vypočíst vektor koeficientů čitatele (vektor koeficientů jmenovatele je roven 1). Pro výpočet vektoru koeficientů čitatele b je v aplikaci použita funkce:

- $b = \text{fir1}(n, Wn, 'ftype')$.

Použité symboly:

b - vektor koeficientů čitatele obrazového přenosu

fir1 - funkce slouží pro návrh filtrů typu FIR

n - řád filtru

Wn - normalizovaný mezní kmitočet mezi hodnotami 0 a 1 (hranice, na které frekvenci začne filtr propouštět/zachycovat)

ftype - výběr typu filtru

- dolní propust, pokud je *ftype* na hodnotě *low* a Wn obsahuje 1 hodnotu
- horní propust, pokud je *ftype* na hodnotě *high* a Wn obsahuje 1 hodnotu
- pásmová propust, pokud je *ftype* na hodnotě *bandpass* a Wn obsahuje 2 hodnoty
- pásmová zadrž, pokud je *ftype* na hodnotě *stop* a Wn obsahuje 2 hodnoty

Všechny další základní charakteristiky využívají k vykreslení právě vektor koeficientů čitatele b . Jeho koeficienty jsou pro lepší přehlednost v aplikaci zobrazovány v tabulce pod vykresleným grafem.

4.1.2 Impulsní charakteristika

Impulsní charakteristika digitálního filtru je vykreslována pomocí příkazu *impz*, který je zapsán ve tvaru:

- *impz* (b, a, [n], Fs)

Symbole použité v příkazu:

impz - funkce pro výpočet impulsní charakteristiky,

b - vektor koeficientů čitatele obrazového přenosu,

a - vektor koeficientů jmenovatele obrazového přenosu (je nastaven na hodnotu 1, protože při výpočtu FIR filtrů jiné hodnoty nabývat nemůže),

n - požadovaná délka impulsní charakteristiky (počet vzorků),

Fs - hodnota vzorkovací frekvence.

4.1.3 Frekvenční charakteristika

K vykreslení frekvenční charakteristiky je použita funkce:

- [H,w]=freqz(b,a,n)

Použité symboly:

H - hodnoty vzorků komplexní frekvenční charakteristiky,

w - hodnoty normované úhlové frekvence (v rozmezí od 0 do π) v radiánech vzorků frekvenční charakteristiky (při uvedení vzorkovací frekvence jsou to hodnoty frekvence v Hz),

freqz - funkce pro výpočet frekvenční charakteristiky,

b - vektor koeficientů čitatele obrazového přenosu,

a - vektor koeficientů jmenovatele obrazového přenosu (nastaven na hodnotu 1),

n - počet výstupních vzorků frekvenční charakteristiky (nastaven na 512).

4.1.4 Umístění pólů a nul

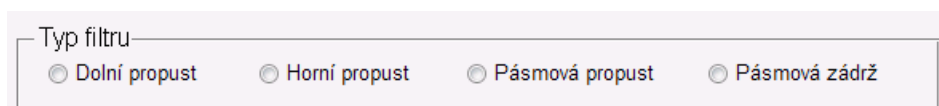
Příkaz pro vykreslení:

- *zplane*(b)

Funkce *zplane* potřebuje k zobrazení pólů a nul pouze vektor koeficientů čitatele obrazového přenosu, proto není nutné zadávat její další parametry.

4.2 Úsek aplikace pro návrh FIR filtru

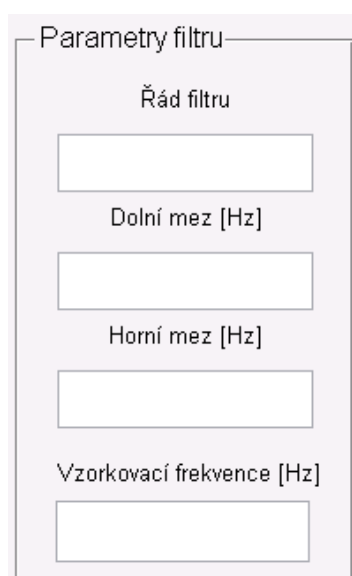
Aplikace pro návrh filtrů typu FIR se skládá ze dvou panelů, v kterých uživatel přímo ovlivňuje parametry filtru. Prvním panelem je *Typ filtru*, kde lze pomocí *radiobuttonu* zvolit frekvenční pásmo, které filtr bude zadržovat/propouštět.



Panel pro volbu typu filtru. Vlevo je nadpis "Typ filtru". Vpravo jsou čtyři radio buttony s následujícími texty: "Dolní propust", "Horní propust", "Pásmová propust" a "Pásmová zadrž".

Obrázek 4.2 - Panel pro volbu typu filtru

Druhým panelem je panel s parametry filtru. V něm je možno nastavit řád filtru, zlomovou frekvenci (v případě pásmového filtru jeho dolní a horní mez) a vzorkovací frekvenci. Panel má implementovanou funkci pro zákaz editování zlomové frekvence v závislosti na zvoleném typu filtru, tzn., že v případě volby filtru typu horní propust nebude možno editovat dolní i horní mez, ale pouze mez ovlivňující daný filtr.

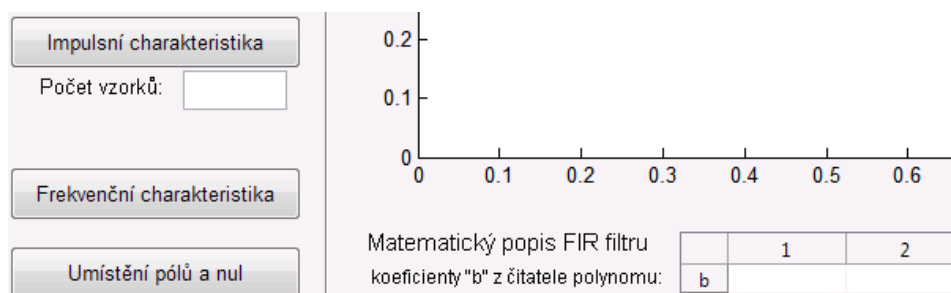


Panel s parametry filtru. Vlevo je nadpis "Parametry filtru". Vpravo jsou čtyři textová pole s následujícími texty nad nimi: "Řád filtru", "Dolní mez [Hz]", "Horní mez [Hz]" a "Vzorkovací frekvence [Hz]".

Obrázek 4.3 - Panel s parametry filtru

Pro vykreslování základních charakteristik slouží tlačítka v levém dolním rohu aplikace. S jejich pomocí lze nechat vykreslit impulsní charakteristiku (uživatel má možnost zvolit si počet výstupních vzorků), frekvenční charakteristiku, zobrazení pólů a nul. Protože obrazový přenos nezobrazujeme v grafu, je vektor koeficientů čitatele zobrazován v tabulce pod grafem při vykreslení jakékoliv charakteristiky do grafu a není

nutné pro něj vytvářet tlačítko.



Obrázek 4.4 - Tlačítka pro vykreslení charakteristik a tabulka s koeficienty přenosu

Po vykreslení charakteristiky je možné upravit rozsah osy pomocí tlačítek vedle grafu v pravé části aplikace. Zároveň je do grafu přidána funkce pro *zoom*, kterou lze využít rolováním kolečkem myši.

Rozsah osy x

Od:

Do:

Proveď změny

Rozsah osy y

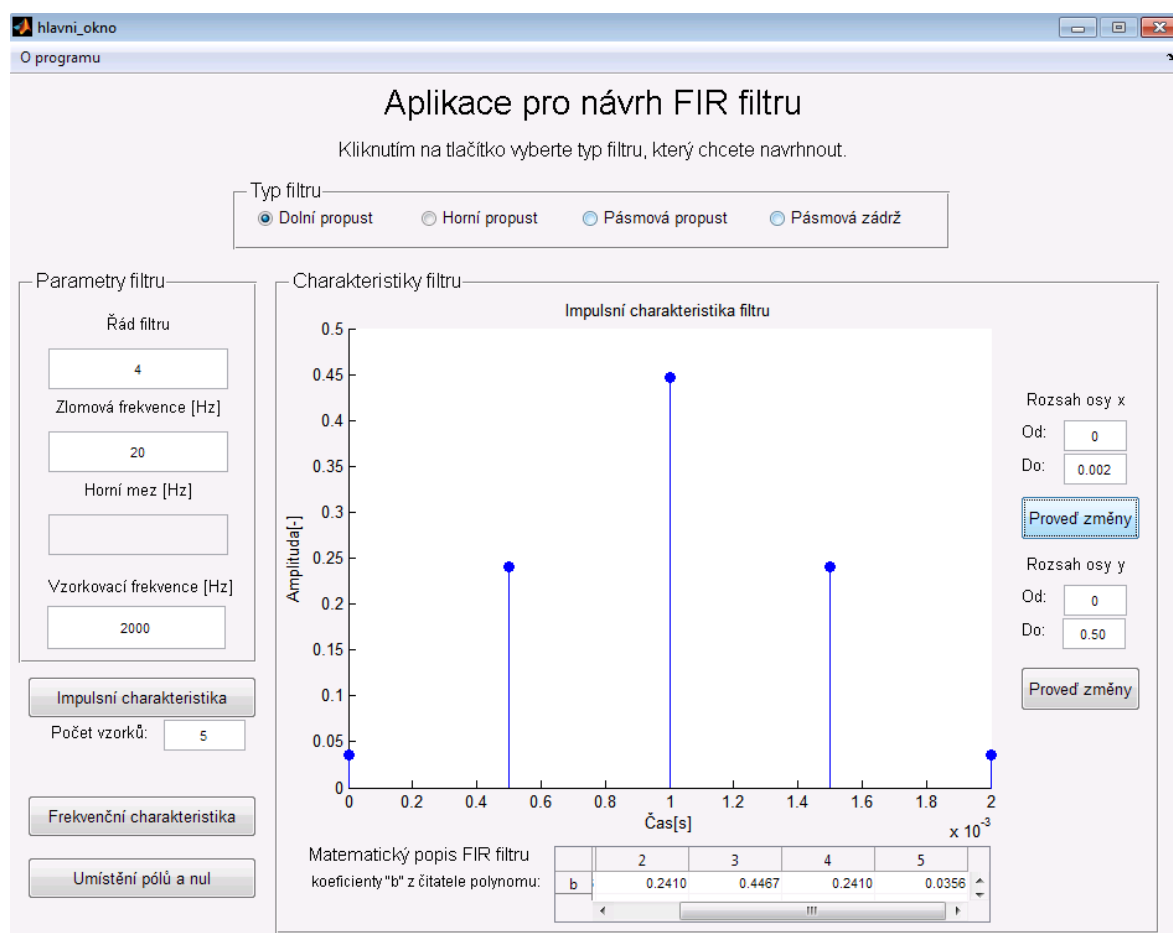
Od:

Do:

Proveď změny

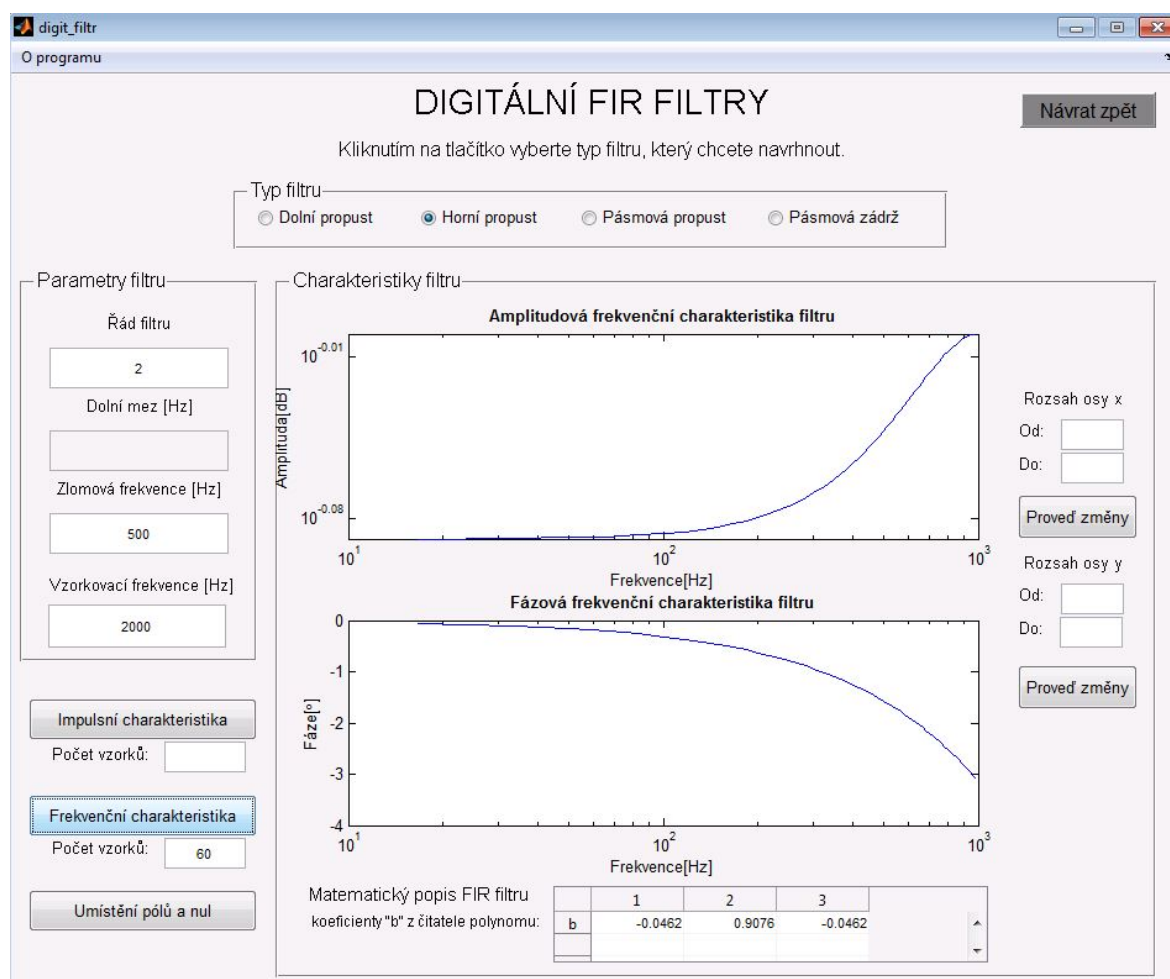
Obrázek 4.5 - Změna rozsahu os

Na následujícím obrázku je vidět celá aplikace v provozu při vykreslení impulsní charakteristiky filtru typu dolní propust - jak je vidět na obrázku, pro dolní propust lze editovat pouze jednu zlomovou frekvenci. Je zvolen filtr 4.řádu, proto lze v tabulce s vypočtenými koeficienty polynomu čitatele vidět 5 koeficientů. Při volbě filtru vysokého řádu je možné v tabulce ověřit všechny koeficienty pomocí posuvníku.



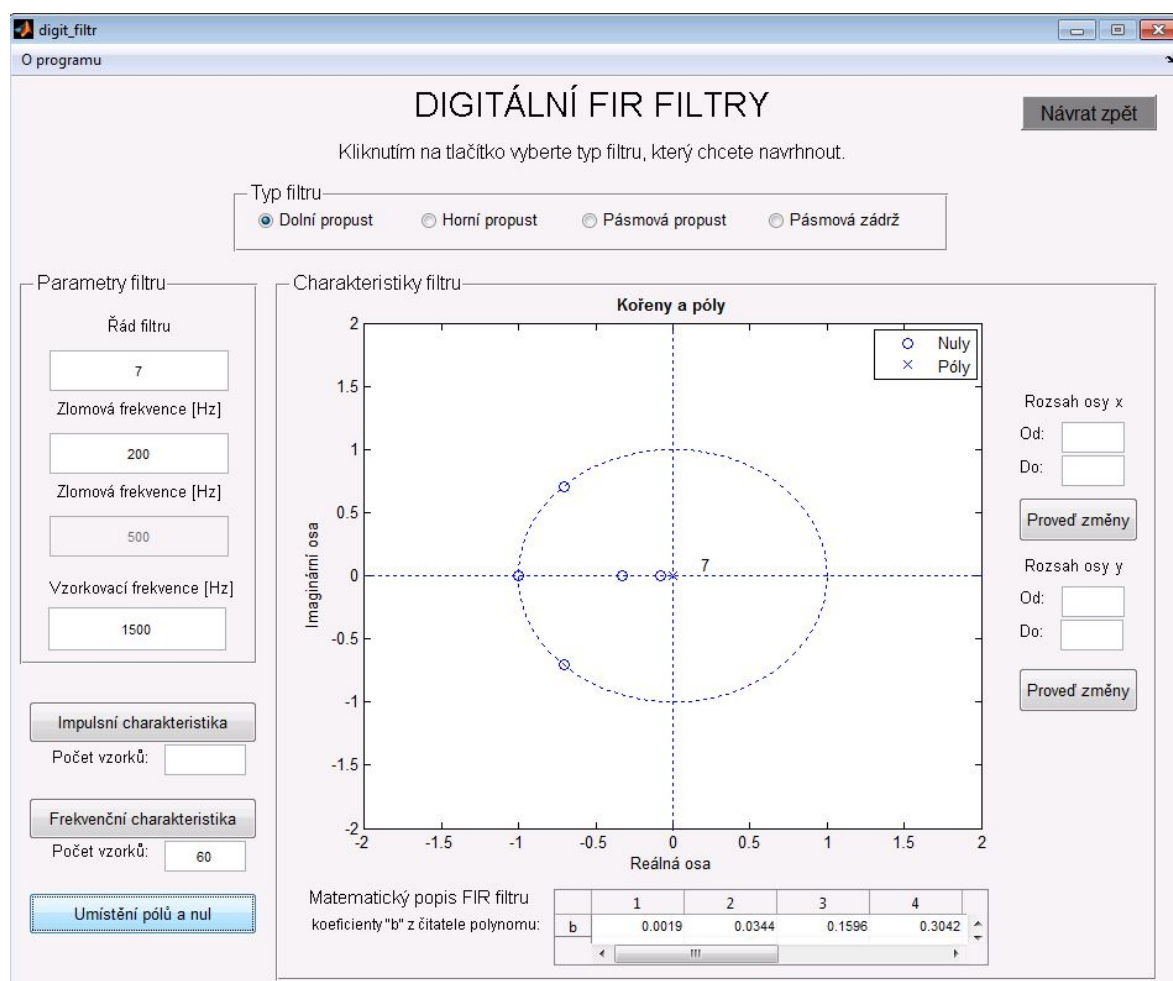
Obrázek 4.6 - Aplikace pro návrh FIR filtru v režimu runtime (vykreslení impulsní charakteristiky)

Na obrázku 4.6 je vidět použití změny rozsahu os, díky kterému je přesněji vidět vykreslení impulsní charakteristiky pro filtr typu dolní propust.



Obrázek 4.7 - Aplikace pro návrh FIR filtru v režimu runtime (vykreslení frekvenčních charakteristik)

Obrázek 4.7 zobrazuje vykreslení charakteristik pro typ filtru horní propust. Lze si všimnout, že pro filtr 2.řádu jsou v dolní části vypočteny 3 koeficienty z čitatele polynomu.



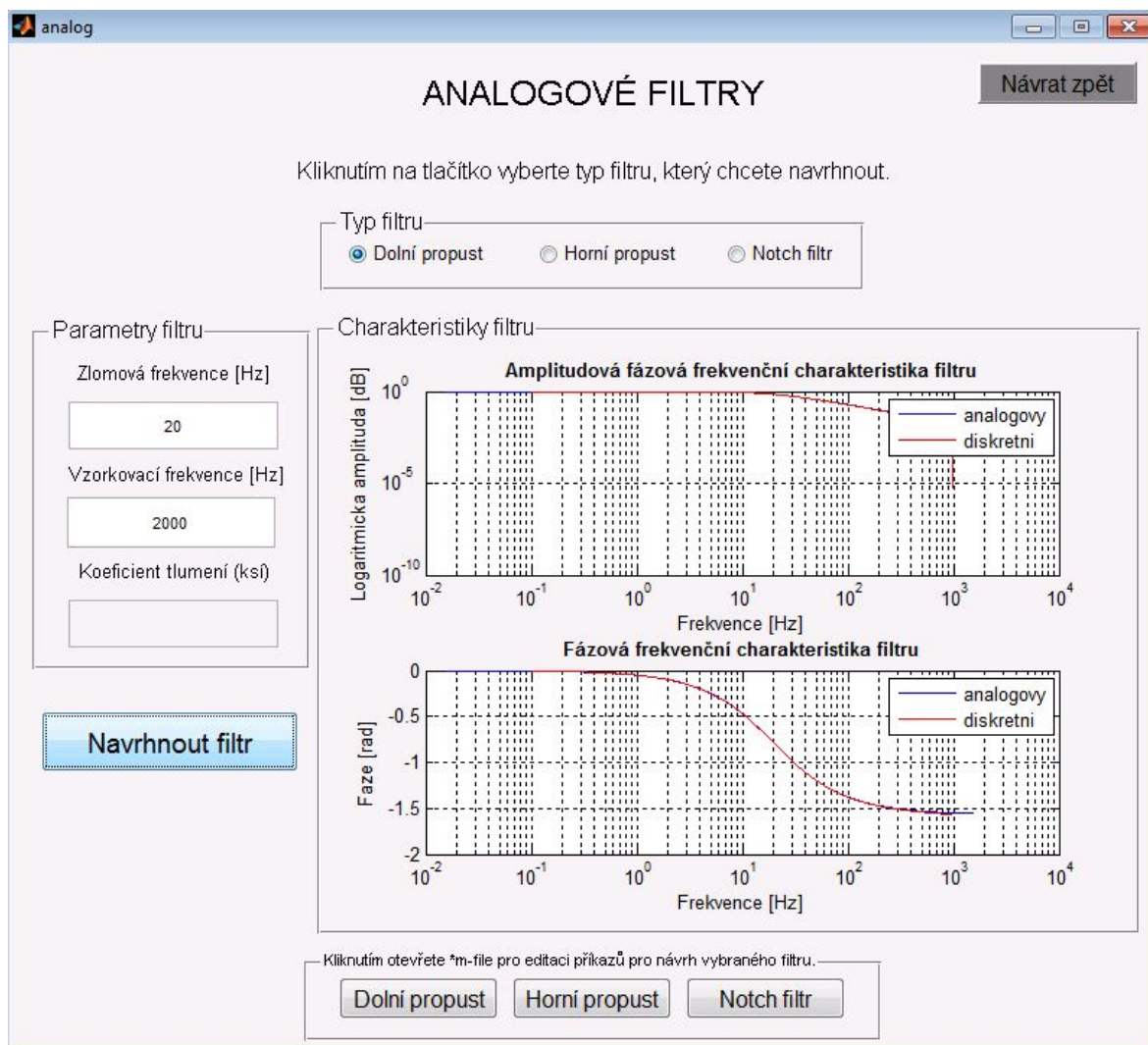
Obrázek 4.8 - Aplikace pro návrh FIR filtru v režimu runtime (vykreslení umístění pólů a nul)

4.3 Úsek aplikace pro návrh analogových filtrů

Návrh aplikace pro vytváření analogových filtrů probíhal obdobným způsobem jako u aplikace pro návrh FIR filtrů. Pomocí automatického generátoru GUI byl vytvořen jednoduchý vzhled aplikace se stručným popisem pro ovládání.

Uživatel má na výběr ze tří základních typů filtrů:

- Dolní propust
- Horní propust
- Notch filtr



Obrázek 4.9 - Vzhled aplikace pro analogové filtry

Návrh filtru probíhá stejně jako u části aplikace pro digitální filtry. Uživatel si vybere typ filtru, nastaví jeho parametry a pomocí tlačítka vykreslí charakteristiku vybraného filtru.

Oproti části pro návrh číslicových filtrů je implementována funkce pro nahlédnutí do příkazů pro návrh analogových filtrů. Po kliknutí na typ filtru se uživateli otevře M-file se zdrojovým kódem. Kód obsahuje parametry filtru, jejichž změnou může uživatel měnit vlastnosti filtru. Parametry, které jsou určeny pro přepisování, jsou viditelně označeny komentářem.

Zbytek kódu obsahuje příkazy pro samotné vytvoření filtru včetně popisu jejich činnosti. Příkazy pracují s parametry, které zadá uživatel a není doporučeno je editovat.

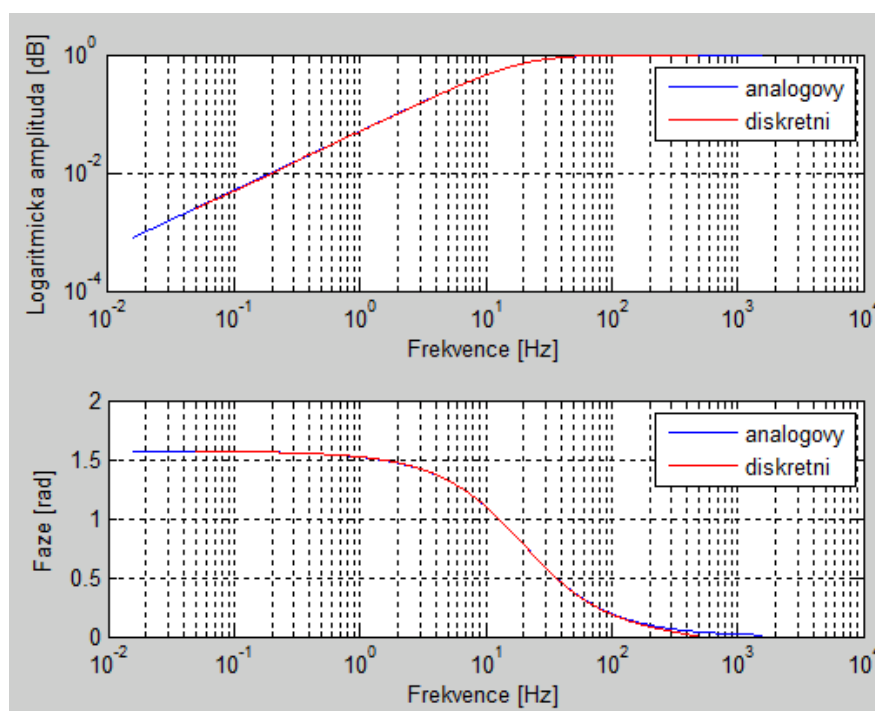
```

1  %  A N A L O G O V Ý   F I L T R   T Y P U   H O R N Í   P R O P U S T
2  %-----
3
4  format long
5  % *****      >>>ZADÁNÍ FILTRU UŽIVATELEM!<<<      ***** %
6  f=20;           % Zadání frekvence pro kterou se má filtr vypočítat
7  fvz=1000;       % Vzorkovací frekvence
8  % *****      >>>KONEC ZADÁNÍ FILTRU UŽIVATELEM!<<<      ***** %
9  % -----
10 % -----
11
12 % *****      Funkce pro výpočet ANALOGOVÉHO filtru      ***** %
13 b=1/(2*pi*f);   % Koefficient čitatele diferenciální rovnice
14 a=1/(2*pi*f);   % Koefficient jmenovatele diferenciální rovnice
15 w=logspace(-1,4,10000); % Omega, (počátek, konec, počet bodů na ose)
16 [h]=freqs([b 0],[a 1],w); % Výpočet kmitočtové charakteristiky
17 mods=abs(h);    % Absolutní hodnota přenosu
18 phases=angle(h); % Výpočet fázové kmitočtové charakteristiky
19 fs=w/(2*pi);    % Převod kmitočtu na frekvenci
20
21 % *****      Nastavení vykreslení grafů, popisky os      ***** %
22 subplot(2,1,1),loglog(fs,mods,'b')
23 xlabel('Frekvence [Hz]'), ylabel('Logaritmická amplituda [dB]'),grid on, legend('analogovy','c')
24 hold on
25 subplot(2,1,2),semilogx(fs,phases,'b')
26 xlabel('Frekvence [Hz]'), ylabel('Faze [rad]'),grid on,legend('analogovy','c')
27 hold on
28
29
30 % -----
31 % *****      Funkce pro výpočet DIGITÁLNÍHO filtru      ***** %
32 hz=c2d(tf([b 0],[a 1]),1/fvz,'tustin') % Výpočet přenosové charakteristiky

```

Obrázek 4.10 - M-file s příkazy pro návrh filtru

Po zadání potřebných parametrů filtru je nutno spustit *M-file* a nechat MATLAB aby ho zpracoval. Následně se zobrazí vykreslení logaritmické amplitudy a fáze daného filtru včetně legendy. Pro lepší možnost porovnání analogových a diskrétních filtrů jsou vykresleny i charakteristiky diskrétních filtrů.

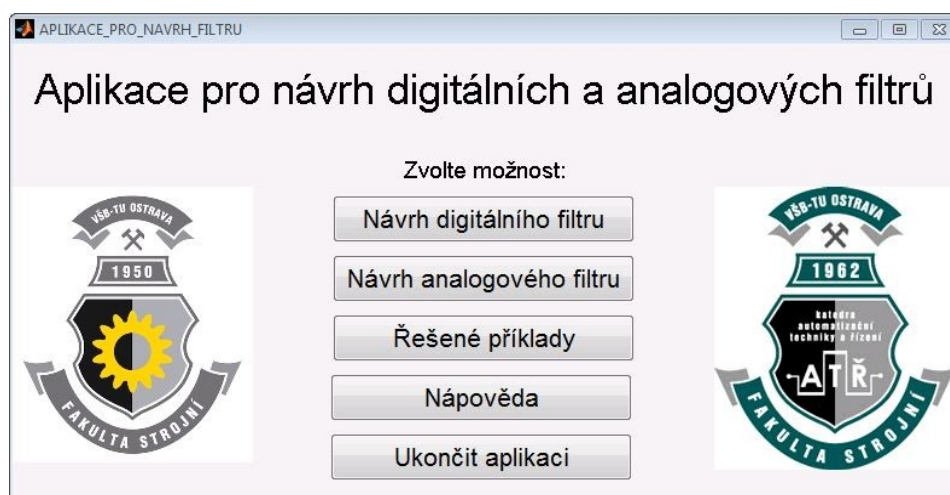


Obrázek 4.11 - Vykreslené charakteristiky filtru

Tady jsou již při práci s grafy dostupné všechny funkce pro klasické grafy v Matlabu.

4.4 Spojení oken do jedné aplikace

Obě okna pro návrh analogových a číslicových filtrů jsou propojena přes tzv. *menu okno*, které obsahuje hlavní nabídku celé aplikace. Zde si uživatel může vybrat typ filtru, který chce navrhnout, vyzkoušet si řešené příklady, případně si zvolit nápovědu. Menu je opatřeno erby Fakulty Strojní a Katedry 352, pro které byla tato aplikace vytvořena.



Obrázek 4.12 – Okno menu aplikace

4.5 Řešené příklady

Aplikace obsahuje také několik řešených příkladů. Příklady se otevírají v novém okně a uživatel si musí nejprve zvolit příklad pomocí nabídky v levé části obrazovky a následně je mu vypsáno zadání příkladu. Splněním zadání a porovnáním s řešením si může otestovat svou znalost návrhu filtrů. Správné řešení se uživateli zobrazí až po kliknutí na tlačítko „zobrazit řešení“.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Návrat zpět

Zvolte příklad

- ☐ Příklad č.1
- ☐ Příklad č.2
- ☐ Příklad č.3
- ☐ Příklad č.4
- ☒ Příklad č.5
- ☐ Příklad č.6
- ☐ Příklad č.7

Zobrazit řešení

Příklad č.5: Nakreslete jednoduchý analogový filtr typu Notch a spočítejte, jaká bude jeho mezní frekvence a koeficient tlumení při hodnotách $R=50 \text{ Ohm}$, $C=5 \text{ mikroF}$, $L=10 \text{ mH}$.

$$G_s = \frac{LC + \frac{1}{Cs}}{R + LC + \frac{1}{Cs}} = \frac{LCs^2 + 1}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{T_0^2 s^2 + 1}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1}$$

$$T_0 = \sqrt{LC} ; 2T_0\xi = RC \Rightarrow \xi = \frac{RC}{2T_0} = \frac{RC}{2\sqrt{LC}} ; f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Výpočet mezní frekvence bude vypadat takto:

$$\xi = \frac{RC}{2\sqrt{LC}} = \frac{50 \cdot 0,000\,005}{2\sqrt{0,010 \cdot 0,000\,005}} \cong 0,56$$

Při výpočtu hodnoty tlumení dostaneme po dosazení do vzorce:

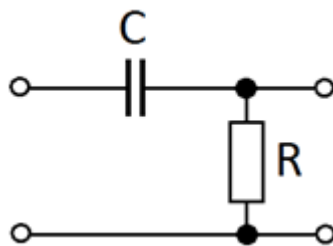
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,010 \cdot 0,000\,005}} \cong 711 \text{ Hz}$$

Obrázek 4.13 - Řešený příklad pro filtr typu Notch

Příklady jsou v aplikaci formulovány následujícím způsobem:

Zadání: Nakreslete jednoduchý analogový filtr typu horní propust a určete jeho parametry tak, aby mezní frekvence byla 2,5 kHz.

Řešení:



Obrázek 4.14 - Návrh analogového filtru typu horní propust

$$G_s = \frac{T_1 s}{T_1 s + 1} \quad (4.1)$$

$$T_1 = C \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{1}{T_1} \quad (4.2)$$

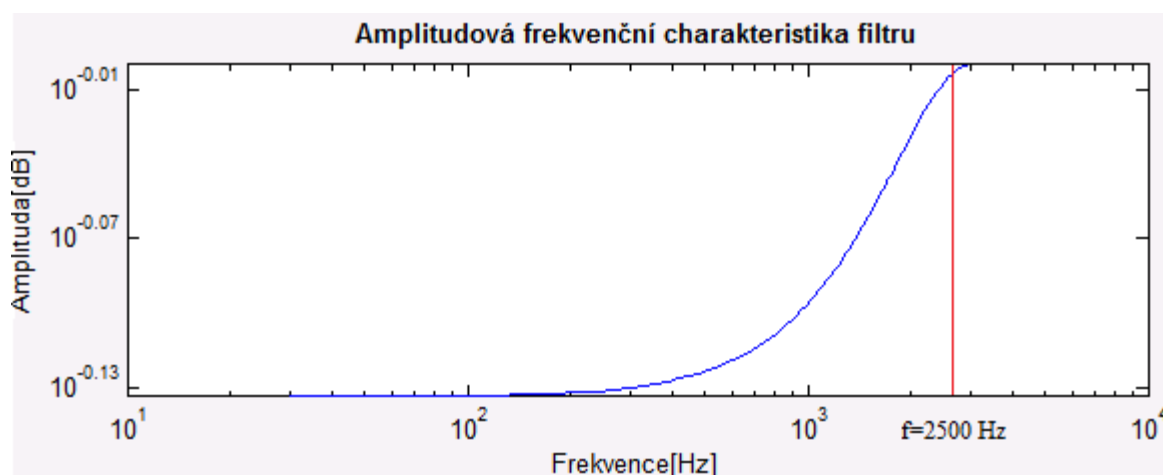
$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R} \quad (4.3)$$

Pro výpočet parametru R upravíme vzorec (4.3) a dosadíme (např. $C=10 \mu\text{F}$):

$$R = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot f} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,00001 \cdot 2500} \cong 6\Omega \quad (4.4)$$

Pro výpočet parametru C opět upravíme vzorec (4.3) a dosadíme (např. $R=20 \Omega$):

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot f} = \frac{1}{2\pi \cdot 20 \cdot 2500} \cong 3\text{nF} \quad (4.5)$$



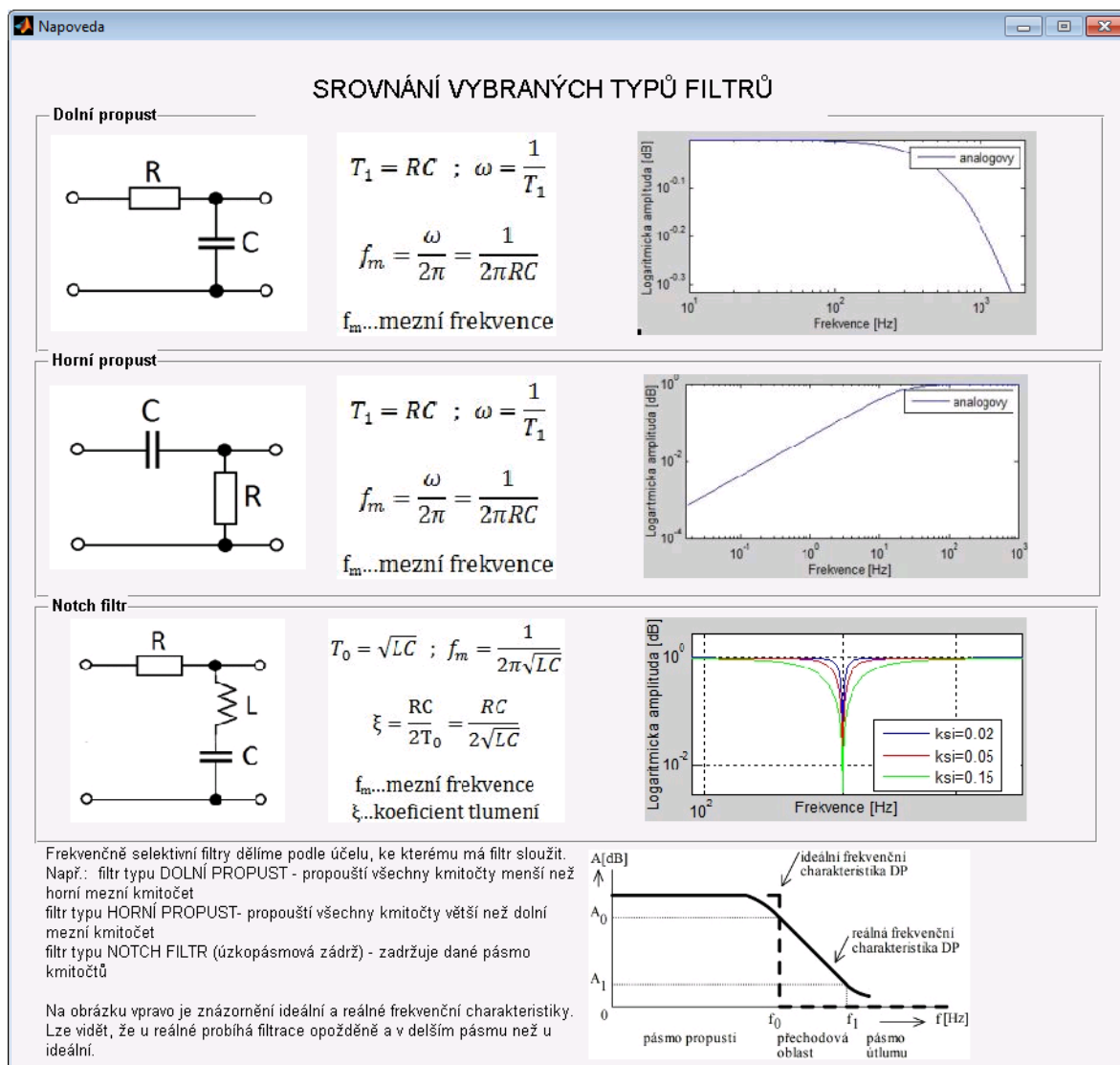
Obrázek 4.15 - Frekvenční charakteristika filtru řešeného příkladu

Tímto stylem je v aplikaci zpracováno 7 příkladů, které návrh filtrů přibližují z různých směrů (od schématu po parametry, od parametrů po frekvenční charakteristiku a podobně).

4.6 Náповěda v aplikaci

V případě, že by uživateli nebyly jasné některé základní principy návrhu filtrů, případně jak fungují jednotlivé typy selektivních filtrů, má možnost si zobrazit nápovědu a ujasnit si určitou oblast teorie.

Nápověda obsahuje charakteristiky filtrů typu dolní propust, horní propust, Notch filtr a vzorce pro výpočet jejich mezní frekvence, včetně schémat zapojení pomocí R,L,C prvků.



Obrázek 4.16 – Okno s nápovědou

5 ZÁVĚR

V diplomové práci jsem se seznámil s programovým prostředím MATLAB a jeho toolboxem určeným pro zpracování signálů, konkrétně Signal Processing toolboxem, který je ovšem velmi obsáhlý, a proto jsem se zaměřil hlavně na jeho část pro návrh filtrů typu FIR. K návrhu těchto filtrů se používá nástroj Filter design and analysis tool, jehož základní funkce jsou popsány v jedné z kapitol.

V teoretické části práce je popsána problematika návrhu číslicových filtrů a diskretních filtrů a ty jsou pak aplikovány při návrhu aplikací v prostředí MATLAB GUI. První aplikace umožňuje navrhnout filtr typu FIR a vykreslit jeho základní charakteristiky jako impulsní a frekvenční, umístění pólů a nul. Aplikace také vypočítá koeficienty čitatele polynomu obrazového přenosu.

Do druhé aplikace, která se týká analogových filtrů, je implementována možnost prohlédnout si přímo příkazy pro návrh analogových filtrů a měnit jejich parametry. Po změně parametrů filtru je nutné M-file spustit a MATLAB vykreslí logaritmickou amplitudu a fázi filtru. Pro snadnější porovnání rozdílů mezi filtry jsou vykresleny charakteristiky analogového i diskretního filtru. Mimo tuto možnost je zde i klasický postup jako v první aplikaci, kdy si parametry filtru uživatel zadá přímo v okně aplikace a nemusí tak do souboru M-file.

Obě aplikace jsou propojeny přes uživatelské menu, které obsahuje i nápovědu se základními parametry filtrů pro méně znalé uživatele.

Pro lepší pochopení způsobu návrhu filtrů jsou v aplikaci i vzorové příklady, jejichž řešení se zobrazí až po kliknutí na tlačítko. Uživatel si tak může nejdříve vyzkoušet návrh filtru sám a poté ho porovnat s řešením v aplikaci.

6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- Bičák, J., Laipert, M., Vlček, M.: *Lineární obvody a systémy*, 1. vyd. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2007. 204 s. ISBN 978-80-01-03649-5
- Biolek, D.: *Elektronické obvody I: učebnice* [online]. Vyd. 1. Brno: Univerzita obrany, 2006, 318 s. [cit. 2014-08-04]. ISBN 80-723-1169-7. Dostupné z: <http://user.unob.cz/biolek/vyukaVA/skripta/EO.pdf>
- Davídek, V., Laipert, M., Vlček M.: *Analogové a číslicové filtry*, monografie ČVUT, 2000. 337 s., ISBN 80-01-02178-5.
- Hájek, K., Sedláček, J.: *Kmitočtové filtry*. BEN- technická literatura, Praha 2002, ISBN 80-7300-023-7 .
- Hlaváč, V., Sedláček, M.: *Zpracování signálů a obrazů*. ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02114-09
- Jan, J.: *Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů*. 2.upravené a rozšířené vydání. Brno: VUTIMUM, 2002. 427 s. ISBN 80-214-2911-9
- Karban, P.: *Výpočty a simulace v programech Matlab a Simulink*. Brno: Computer Press, 2006. 220 s. ISBN 80-251-1301-9
- Kozumplík, J., Kolář, R., Jan, J.: *Číslicové zpracování a analýza signálů : laboratorní cvičení*. Brno : VUT, 2005. 86 s
- Mohylová, J., Krajča, V.: *Zpracování signálu v lékařství*. Elektronické skriptum Žilina, Slovensko, 2005, 135 s., ISBN 80-8070-341-8
- Nevřiva, P.: *Analýza signálu a soustav*. Praha: BEN, 2000. 671 p. ISBN 80-7300-004-0
- Oppenheim, A., Willsky, A.: *Signals and Systems*, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997
- Oppenheim, A., Schaffer, R., Buck, J.R.: *Discrete-Time Signal Processing*, Vydání 1, New Jersey: Prentice-Hall, 1999, 870 s, ISBN 0-13- 198842-5
- Smékal, Z.: *Číslicové filtry*, Vydání 1, Brno: Nakladatelství VUT, 1993,136 s, ISBN 80-214-0500-7
- Švarc, I., Šeda, M., Vítečková, M.: *Automatické řízení*. 1. vydání, Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. 324 s. ISBN 978-80-214-3491-2
- TheMathWorks, *Signal Processing Toolbox*, Version 6 Natick, 2004, 260 s.
- Tůma, J.: *Diagnostika strojů*, 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 138 s. ISBN 978-80-248-2116-0.
- Tůma, J.: *Signal processing*, 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 156 s. ISBN 978-80-248-2114-6. (in English)

Tůma, J.: *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*, Praha: Sdělovací technika, 1997, 174 s., ISBN 80-901936-1-7

Vích R., Smékal, Z.: *Číslicové filtry*. Praha: Academia, 2000. ISBN 80-200-0761-X

Zaplatílek, K., Doňar, B.: *MATLABpro začátečníky*. 1. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 2005, 152 s. ISBN 80-7300-175-6

Zaplatílek, K., Doňar, B.: *MATLAB: Tvorba uživatelských aplikací*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2004, 216 s. ISBN 80-730-133-0.

Zaplatílek, K., Doňar, B.: *MATLAB: Začínáme se signály*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2006, 271 s. ISBN 80-730-0200-0.